

1920.

No. 23.

GENERAL-LIBRARY  
MAR 5 1921  
ANNALEN  
DER  
PHYSIK.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREN, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF, G. v. E. WIEDEMANN, P. DRUDE.

VIERTE FOLGE.

Band 63. Heft 7.

DER GANZEN REIHE 368. BANDES 7. HEFT.

KURATORIUM:

M. PLANCK, G. QUINCKE,  
W. C. RÖNTGEN, E. WARBURG.

UNTER MITWIRKUNG

DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT

HERAUSGEGEBEN VON

W. WIEN UND M. PLANCK.



LEIPZIG.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIOUS BARTH.

DÖRRRIENSTRASSE 16.

Bestellungen auf die „Annalen“ werden von allen Buchhandlungen und von der Verlagsbuchhandlung angenommen. Im Jahre 1920 erscheinen Bd. 61, 62 und 63 à 8 Hefte. Preis von Bd. 61 u. 62 je M 45.—. Bd. 63 M 60.—. Nach dem Ausland in der Währung des betr. Landes.

Ausgegeben am 1. Dezember 1920.

# Inhalt.

|                                                                                                                                                                 | Seite |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| 1. Wilhelm Müller. Messungen der Deformation des elektrostatischen Erdfeldes durch Luftfahrzeuge . . . . .                                                      | 585   |
| 2. Karl F. Lindman. Über eine durch ein isotropes System von spiralförmigen Resonatoren erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen . . . . . | 621   |
| 3. O. Schriever. Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drähten . . . . .                                                                                  | 645   |
| 4. L. Holborn. Über die Isothermen des Wasserstoffs . . . . .                                                                                                   | 674   |

Die Redaktion der Annalen wird von den umseitig genannten Herren besorgt. Den geschäftlichen Teil hat Herr **Geh. Hofrat Prof. W. Wien** übernommen, an den auch Manuskripte zu senden sind. Seine Adresse ist: **München, Leopoldstraße 91.**

Es wird gebeten, die Manuskripte **druckfertig** einzuliefern und in den Korrekturen den beim Druck für sie verwendeten Raum nicht zu überschreiten.

Für die Aufnahme von Dissertationen gelten besondere Bedingungen, welche vom Verlag bekannt gegeben werden.

Die Verlagsbuchhandlung liefert 100 **Sonderabdrücke** jeder Arbeit kostenfrei. Falls ausnahmsweise mehr gewünscht werden, so muß dies bei Rücksendung des ersten Korrekturbogens an die Druckerei auf dessen erster Seite bemerkt werden. Alle anderen, die Sonderabdrücke betreffenden Mitteilungen bittet man an die Verlagsbuchhandlung zu richten.

**Anderweitiger Abdruck** der für die Annalen bestimmten Abhandlungen oder Übersetzung derselben innerhalb der gesetzlichen Schutzfrist ist nur mit Genehmigung der Redaktion und Verlagsbuchhandlung gestattet.

Die **Zeichnungen** sind in möglichst sorgfältiger Ausführung den Abhandlungen auf besonderen Blättern beizulegen (nicht in das Manuskript selbst einzuzichnen). Da die Figuren fortan möglichst in den Text eingefügt werden sollen, ist die Stelle des Manuskriptes recht genau anzugeben, wo sie hingehören.

**Zitate** sind am Rande oder unten auf den Seiten des Manuskriptes (nicht in dem Text selbst) und zwar möglichst in der in den „Fortschritten der Physik“ üblichen Form mit Angabe des Namens und Vornamens, der Band-, Seiten- und Jahreszahl aufzuführen.







# ANNALEN DER PHYSIK.

## VIERTE FOLGE. BAND 63.

### 1. Messungen der Deformation des elektrostatischen Erdfeldes durch Luftfahrzeuge<sup>1)</sup>; von Wilhelm Müller.

Inhaltsübersicht: I. Einleitung (Historisches und Ziel der Arbeit). — II. Apparatanordnung für Modellversuche und Methodik der Messungen. — III. Fehlerquellen der Apparatur und Methode. — IV. Ergebnisse. — V. Nachprüfung der Ergebnisse bei einer Freiballonfahrt. — VI. Bestimmung des Everlingschen Reduktionsfaktors. — VII. Kritik des Einkollektormeßverfahrens nach Everling. — VIII. Zusammenfassung.

#### I. Einleitung.

##### Historisches.

Die Ergebnisse der im vorigen Jahrhundert in Freiballonen oder mittels emporgelassener Drachen angestellten Messungen des luftelektrischen Potentialgefälles waren einer exakten Auswertung nicht zugänglich, da einmal die Deformation des Erdfeldes durch den leitenden Ballon nicht berücksichtigt wurde und dann der Einfluß der Eigenladung des Ballons, die dieser bei der Abfahrt vom Erdboden oder durch Ballastabgabe erhielt, die Messungen in quantitativ nicht zu kontrollierender Weise fälschte.

Letzterem Übelstande half F. Linke<sup>2)</sup> dadurch ab, daß er an einer Stelle ständig einen schnellwirkenden Ausgleichskollektor arbeiten ließ, der nach einer Vertikalbewegung des Ballons sofort die möglicherweise mitgebrachte Eigenladung zerstreute und diesen selbst in elektrisches Gleichgewicht brachte mit einer zum Ballon relativ stets festliegenden Niveaufläche. Linkes Verdienst ist es also, daß er der Feld-

1) Auszug der Dissertation des Verfassers, Halle 1920.

2) F. Linke, Luftelektrische Messungen bei zwölf Ballonfahrten, Abhandl. d. Gött. Ges. d. Wiss., math.-phys. Kl. Neue Folge VII. 5. S. 22. 1904.

gestaltung um das Luftfahrzeug eine nur von der Anordnung des Ausgleichskollektors abhängige Deformation aufzwang. In dieser Weise hat Linke zuerst Absolutmessungen im Ballon mit zwei tief hinabgelassenen Meßkollektoren angestellt.

In welcher Weise stört nun eigentlich ein leitender Ballon von gegebener Gestalt und gegebenem Potential das Erdfeld? Da die rein mathematische Behandlung dieses Problems auf Grund der Potentialtheorie nur rohe Näherungswerte ergab, verwandten Ebert<sup>1)</sup>, Lutz<sup>1)</sup> und Hoffmann<sup>2)</sup> folgende Methode. Sie stellten ein getreues Modell des Luftfahrzeugs in einem künstlichen, elektrischen Felde isoliert auf und bestimmten den Niveauflächenverlauf um das Modell mittels Meßkollektors (Sonde).

Die theoretische Berechtigung dieser Reproduktion des Erdfeldes durch ein künstliches Feld gründet sich auf das von Maxwell<sup>3)</sup> aufgestellte, bekannte Prinzip der elektrischen Ähnlichkeit. Dieses ermöglicht es uns, in rechnerisch einfacher Weise von den im künstlichen, elektrischen Felde gemessenen Größen auf die Verhältnisse in einem geometrisch ähnlichen System z. B. in dem Erdfeld zu schließen.

Nachdem in der geschilderten Weise die Unsicherheit der Messungen infolge Deformation des Erdfeldes und Eigenladung des Ballons behoben war, konnte das Potentialgefälle in seiner Abhängigkeit von der Höhe exakt bestimmt werden. Nach den bisher vorliegenden Messungen scheint es eine Exponentialfunktion der Höhe zu sein. Die meisten Beobachtungen des letzten Jahrzehnts erstreckten sich bis 3—5 km Höhe, selten bis 6 km (Gerdien). Um die Verhältnisse auch in den oberen Schichten der Troposphäre zu klären, die bekanntlich bis etwa 10 km hinaufreicht, unternahm im Herbst 1913 Everling<sup>4)</sup> mit Wigand und Lutze zwei Hochfahrten, die in 8,5 bzw.

1) H. Ebert und W. Lutz, Beiträge zur Physik der freien Atmosphäre. Bd. II. Heft 5. 1908.

2) K. Hoffmann, Experimentelle Prüfung der durch verschiedene Messungsanordnungen in einem elektrischen homogenen Felde hervorgerufenen Störungen der Niveauflächen. Dissertation. München 1911.

3) Cl. Maxwell, Treatise. Vol. I. § 94. 1873.

4) E. Everling, Messungen des elektrischen Spannungsgefälles in der freien Atmosphäre bis 9000 m Höhe. Verhandl. d. deutsch. Phys. Gesellsch. 16. S. 240. 1914.

9 km Höhe, also bis in die aerophysikalisch so interessante Substratosphäre führten und auch mit Leitfähigkeitsmessungen<sup>1)</sup> verbunden wurden. Im Gegensatz zu Linke, der zur Absolutmessung zwei tief herabgelassene Sonden benutzte, führte Everling<sup>2)</sup> eine Relativmethode ein, bei der die Potentialdifferenz nur einer Sonde gegen den ausgeglichenen Ballon gemessen wird.

#### Ziel der Arbeit.

In erster Linie bestand nun der Zweck meiner Arbeit darin, die bei diesen Hochfahrten erhaltenen Ergebnisse auszuwerten, d. h. die beobachteten Meßwerte, die natürlich infolge der Deformation des Erdfeldes nur relativ sein können, im künstlichen Felde ihrem absoluten Betrage nach zu bestimmen. Dabei ergab sich eine entscheidende Kritik des Einkollektormeßverfahrens nach Everling.

Weiterhin wurde das künstliche Feld von mir zur Bestimmung der Störung des Erdfeldes durch eine Reihe anderer Luftfahrzeuge benutzt.

Diesen Deformationsmessungen an Luftfahrzeugen voraus ging eine Kontrolle der Apparatur und der Meßmethoden sowie eine Untersuchung der Fehlerquellen, wie sie für solche elektrostatischen Versuche charakteristisch sind.

#### II. Apparatanordnung für Modellversuche und Methodik der Messungen.

Im wesentlichen wurde für die Herstellung des künstlichen Feldes und den Aufbau der Abtastevorrichtung die von Hoffmann<sup>3)</sup> benutzte, bewährte Apparatur als Vorbild genommen.

Das Feld wurde erzeugt zwischen 2 horizontalen Platten (3 m längs, 1,50 m quer) mit 2 m Vertikalabstand. Die untere, eine Zinkplatte, war durch starke Porzellanisolatoren mit darauf gelegten Paraffinplatten gegen Erde isoliert. Die obere Platte, ein Zinkdrahtnetz von 1 qcm Maschenweite, war mit

1) A. Wigand, Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 16. S. 232. 1914.

2) E. Everling, a. a. O.

3) K. Hoffmann, a. a. O.

kräftigen Schnüren an der Zimmerdecke aufgehängt und gegen diese durch paraffinierte Ebonitstäbe isoliert. •Durch diese Aufhängung wurde die von Hoffmann<sup>1)</sup> Seite 17 seiner Arbeit erwähnte Zusammendrängung der Niveauflächen in den Isolatoren vermieden, die bei isolierter Aufstellung der oberen Platte auf der unteren mittels Eckpfeilern nicht zu umgehen ist. Die Spannung zur Erzeugung des Feldes wurde von einer 100—160 zelligen Akkumulatorenbatterie geliefert.

*Die Abtastevorrichtung* bestand aus einem mit 105 cm langer, bis 175 cm ausziehbarer Sonde versehenen Tropfkollektor, dessen Aufladezeit etwa 30 Sekunden betrug, und einem Wulfschen 2 Fadenelektrometer der Firma Günther und Tegetmeyer. Ein solcher Kollektor hat nach Linke<sup>2)</sup> als Referenzpunkt die Auflösungsstelle des Wasserstrahls, d. h. er zeigt das Potential dieser Stelle an. Kollektor und Elektrometer waren, durch Ebonit gegen ihre Unterlage isoliert, auf einem Schlitten angebracht, der eine Horizontal- und eine Vertikalbewegung über den gesamten Feldbereich ermöglichte. Die Fäden des Elektrometers wurden mit dem Kollektor, das Gehäuse mit der unteren Platte leitend verbunden.

*Die Modelle* wurden in das Feld meist in der von Hoffmann angegebenen Weise seitlich an einem horizontalen Halter eingeführt, der außerhalb des Feldes zwischen Paraffinplatten eingegossen war. Seltener wurden die Modelle mit paraffinierten Seidenfäden unter Zwischenschaltung von Bernsteinstücken an der oberen Platte aufgehängt.

Für die Aufladung der Modelle kommen 3 Methoden in Frage, die bei meinen Untersuchungen angewandt worden sind.

1. *Natürliche Ausgleichung.* Bringen wir ein leitendes Modell, z. B. das eines Ballons, isoliert in ein homogenes Feld, so wird es, wenn es eine Eigenladung mitbringt, zunächst eine Potentialdifferenz gegen seine Umgebung haben. Infolge der Leitfähigkeit der Luft wird sich diese Differenz nach einiger Zeit ausgleichen und das Modell ein mittleres Potential seiner nächsten Umgebung annehmen, das von der Gestalt und damit von der Kapazitätsverteilung des Ballons abhängt.

1) K. Hoffmann, a. a. O.

2) F. Linke, Über Messungen von Potentialdifferenzen mittels Kollektoren. Phys. Zeitschr. 4. S. 661. 1903.

Ein ungeladenes Modell nimmt dieses Potential sofort an.

2. *Aufladung von außen her.* Das Modell wird durch einen leitenden Halter mit dem Pol einer konstanten Spannungsquelle verbunden und so auf ein bestimmtes Potential gebracht. Da dieses auch einer gewissen Horizontalebene des ungestörten Feldes zukommt, so kann man die Fiktion machen, das Modell sei isoliert aufgehängt und durch irgendwie am Modell angebrachte Ausgleicher auf das Potential der angeführten Horizontalebene aufgeladen.

3. *Aufladung mittels Linkeschen Ausgleichskollektors.* Den Zweck und die Wirkungsweise des Linkeschen Ausgleichers haben wir bereits in der Einleitung behandelt. Wir wollen hier untersuchen, welche Kollektoren als Modellausgleicher im künstlichen Felde in Frage kommen. Von vornherein scheidet der Flammenkollektor aus, da die aufsteigenden Flammengase das Feld stark stören würden. Ebenso sehen wir von der Verwendung von Radiumkollektoren wegen der Ionisation<sup>1)</sup> ihrer Umgebung ab. Diese macht einmal eine genaue Bestimmung der Lage des Referenzpunktes infolge des Einflusses der Luftbewegung<sup>2)</sup> sehr schwierig; andererseits stören die sich ausbildenden Raumladungen<sup>3)</sup> sekundär das Feld in der Nähe des Ausgleichers. Für die Benutzung im künstlichen Felde bleibt uns daher als guter Ausgleicher im Linkeschen Sinne nur der Thomsonsche Tropfkollektor.

#### Zur Methodik der Messungen.

Bei der Abtastung des Feldes beschränkte ich mich stets auf die vertikale Längsmittlebene und zwar nur auf das mittlere Rechteck ( $150 \times 120$  cm). Die Modelle des Zeppelinschiffes und des Flugzeugs wurden in entsprechender Lage aufgehängt. Bei den Rotationskörpern genügte es, nur eine Feldhälfte auszumessen, da sich das Feld der anderen durch Spiegelung gegen die senkrechte Rotationsachse ergibt. Zur möglichst getreuen Wiedergabe der Deformationen auch in der

1) Vgl. F. Linke, Phys. Zeitschr. 4. S. 661. 1903.

2) Vgl. M. Moulin, Sur les égaliseurs de potentiel, Annales de Chimie et de Physique. VIII. p. 40. 1907.

3) F. Henning, Ann. d. Phys. 8. S. 893. 1902; K. Hoffmann, a. a. O. S. 48–50.

Feinstruktur wurde in jedem Falle das Potential von 400 bis 1200 Feldpunkten bestimmt, die ich naturgemäß am dichtesten in der Nähe des Modells wählte.

Um während der langen Dauer einer Versuchsreihe von 5—8 Stunden keine Abnahme des normalen Gefälles zu erhalten, mußte auf Konstanz der an die Platten gelegten Potentialdifferenz Wert gelegt werden. Aus diesem Grunde lud ich die spannungsliefernde Akkumulatorenatterie am Vortage jeder größeren Untersuchung neu auf und brachte sie kurz vor dem Versuch nochmals zur Gasbildung. Die inkonstante Überspannung nahm ich durch mehrfaches, momentanes Kurzschließen der Batterie fort und legte die Spannung erst nach Aufhören des „Kochens“ der Akkumulatoren an die Platten an. Da ferner die Isolation des Feldes infolge häufiger Auffrischung stets einwandfrei war, blieb das normale Gefälle während einer Versuchsreihe praktisch konstant. Falls eine größere Zahl von Akkumulatorenbatterien zur Verfügung steht, empfiehlt es sich, deren Kapazität durch Parallelschaltung mehrerer Serien zu erhöhen und damit die an die Platten gelegte Spannung von kleinen Isolationsfehlern möglichst unabhängig zu machen.

### III. Fehlerquellen der Apparatur und Methode.

Als solche kommen in Betracht:

1. Eich- und Ablesungsfehler des Elektrometers.
2. Randwirkung des durch die feldbegrenzenden Platten gebildeten Kondensators und Inhomogenität des Feldes durch Raumladungen infolge Ionenwanderung.
3. Störungen des Verlaufs der Niveaulächen durch Kollektorsonde und Modellhalter.
4. Einfluß der Starrheit der Platten auf die Feldgestaltung.
5. Einfluß der Erdung der unteren Platte oder in der Nähe des Feldes stehender, geerdeter Leiter auf den Verlauf der Potentialflächen.
6. Störung des Feldes durch Luftströmungen, die geladenen Staub ins Feld bringen.

#### 1. Eich- und Ablesungsfehler des Elektrometers.

Um die Empfindlichkeit des Wulfschen Elektrometers für den erforderlichen großen Meßbereich nicht herabsetzen zu

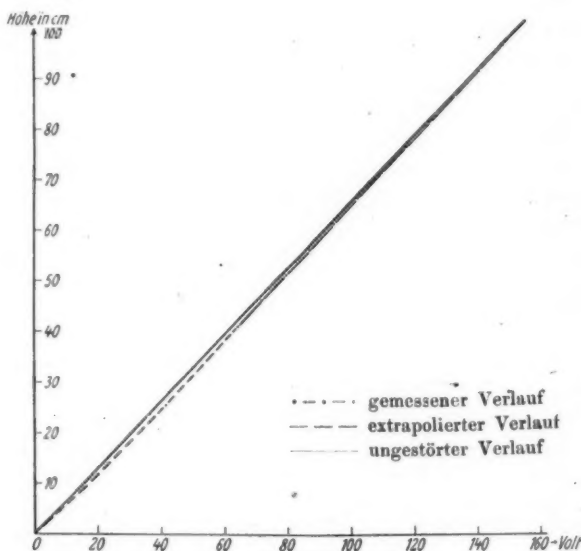
müssen und um die Verwendung einer Hilfsladung für den Innenkonduktor zu vermeiden, wurde nur die Stellung des linken Fadens abgelesen. Wesentliche Abweichungen der Eichkurven voneinander waren bei den etwa alle 14 Tage wiederholten Eichungen nicht festzustellen, ein Beweis dafür, daß die Beschaffenheit der Fäden auch bei stärkeren Beanspruchungen genügend konstant bleibt. Die Eichungen wurden nach einem Präzisionsvoltmeter von Siemens & Halske vorgenommen. 65 Skalenteile des Wulf entsprachen 210 Volt. Da das Elektrometer bequem auf  $\frac{1}{10}$  Skalenteil genau abzulesen war, so betrug die Meßgenauigkeit  $\frac{1}{3}$  Volt. Der Spannungsunterschied zwischen den 2 m voneinander entfernten Platten war im allgemeinen 320 Volt. Einer Ablesungsgenauigkeit von  $\frac{1}{3}$  Volt entsprach demnach eine Genauigkeit von 2 mm für die Feststellung des Niveauflächenverlaufs in der Vertikalen.

2. Randwirkung des durch die feldbegrenzenden Platten gebildeten Kondensators und Inhomogenität des Feldes durch Raumladungen infolge Ionenwanderung.

Da die geladenen Platten des künstlichen Feldes einen Kondensator darstellen, so müssen die Feldlinien in der Nähe der Ränder eine Ausbiegung nach außen erfahren und damit die Niveauflächen an den Rändern der Platten zusammengedrängt werden.

Eine in der Wirkung gleichartige Zusammendrängung in der Nähe der Platten muß jedoch auch im Mittelteil des Feldes stattfinden, da bekanntlich jeder von Ionen erfüllte, geladene Kondensator infolge Ionenwanderung vor den Platten Raumladungsschichten mit entgegengesetztem Vorzeichen und damit einen Potentialgefälleanstieg an den Platten aufweist. In der Luft sind aber stets Ionen vorhanden. Bei den Dimensionen meines Versuchsfeldes war die Störung des gleichmäßigen Potentialabfalls durch Randwirkung und Raumladung an den Platten zwar klein, aber immerhin doch so erheblich, daß sie auch für die Feldmitte berücksichtigt werden mußte. Die Prüfung des Feldes auf diese Störung ergab, daß für unter Feldmitte gelegene Punkte die gemessenen Potentialwerte etwas verringert werden müssen. Bis 20 cm unter Feldmitte ist die Korrektur unmerklich, bis 35 cm beträgt sie 0,3 Volt, bis

50 cm 0,6 Volt, bis 60 cm 1 Volt. Entsprechend wurden für über Feldmitte gelegene Punkte die gemessenen Potentialwerte erhöht.



Spannungsabfall längs einer Mittelvertikalen.

Fig. 1.

Fig. 1 zeigt den gemessenen Spannungsabfall in einer Mittelvertikalen. Für den nicht zugänglichen oberen und unteren Teil des Feldes wurde die Abfallkurve durch Extrapolation ergänzt. Die Vergleichsgrade zeigt den hypothetischen Abfall im ungestörten Felde.

### 3. Störungen des Verlaufs der Niveaulinien durch Kollektorsonde und Modellhalter.

Wie Hoffmann in der angeführten Arbeit S. 18—22 nachgewiesen hat, ist die Feldstörung durch eine geladene Kollektorsonde oder einen Modellhalter in der vertikalen Längsmittlebene zu klein, „um merklich meßbare Modifikationen des Verlaufs selbst stark gekrümmter Niveaulinien hervor-



zurufen“, wenn nur dafür Sorge getragen wird, daß Sonde und Halter horizontal in das Feld eingeführt werden.

#### 4. Einfluß der Starrheit der Platten auf die Feldgestaltung.

Befindet sich das Luftfahrzeug in der freien Atmosphäre in einer Höhe über dem Erdboden, die das mehr als 30-fache seiner Vertikalabmessung beträgt, so darf man annehmen, daß sich das Störungsfeld der Niveaulächen um das Fahrzeug praktisch unbeeinflußt von der starren Erdoberfläche ausbilden kann. In unserem künstlichen Felde ist dieser Ausbildung eine Grenze gesetzt durch die relative Nähe der starren Platten. Wir müssen uns nun darüber Rechenschaft ablegen, inwieweit wir trotzdem berechtigt sind, den Niveaulächenverlauf im künstlichen Felde als ähnlich dem in der freien Atmosphäre anzusehen. Zu diesem Zwecke betrachten wir zunächst die Störung eines homogenen Feldes durch eine leitende Kugel und untersuchen dann den Einfluß der starren Platten auf die Feldgestaltung.

Denken wir uns durch die Kugel mit dem Radius  $R$  ein rechtwinkliges Koordinatensystem  $xyz$  mit dem Mittelpunkt als Nullpunkt gelegt in der Weise, daß die  $xy$ -Ebene in die zum Kugelpotential gehörige Niveauläche fällt, während die  $z$ -Achse die Richtung der Feldlinien des ungestörten Feldes hat, so nimmt nach Drude-König<sup>1)</sup> ein beliebiger Punkt des deformierten Feldes das Potential an:

$$\varphi_a = E_a \cdot z \left( 1 - \frac{R^2}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \right).$$

$E_a$  ist die Feldstärke des homogenen Feldes senkrecht zu den Niveaulächen.

In welcher Weise macht sich nun der Einfluß der Grenzplatten auf die Feldgestaltung geltend?

Die Wirkung einer unendlich großen, leitenden Platte von bestimmtem Potential auf eine Kugel und deren Feld läßt sich bekanntlich in einfacher Weise nach der Thomsonschen<sup>2)</sup> Methode der „elektrischen Bilder“ ersetzen durch den Einfluß

1) Drude-König, Physik des Äthers S. 58. 1912.

2) W. Thomson, Reprint of Papers on Electrostatics and Magnetism. p. 144. 1872.

einer gleichgroßen Kugel, die bezüglich der Platte das gleiche, aber entgegengesetzte Potential besitzt wie die gegebene Kugel und dieser auf der anderen Seite der Platte spiegelbildlich symmetrisch gegenübergestellt ist. Unter dem Einfluß beider Kugeln würde ein Feldpunkt das Potential:

$$\varphi_1 = E_a \cdot z \left( 1 - \frac{R^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^3}} + \frac{R^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - 2h)^2}} \right)$$

annehmen, wobei  $h$  der Abstand des Kugelmittelpunktes von der Platte ist.

Bei 2 Platten, wie sie unser künstliches Feld begrenzen, liegen die Verhältnisse etwas schwieriger. Es sei die obere Platte  $A$  (Fig. 2) auf ein gewisses, positives Potential  $+V$ , die untere Platte  $B$  auf  $-V$  geladen; die isolierte Kugel  $K$  in der Mitte  $AB$  nimmt dann das Potential Null an. Gegen  $A$  hat die wirkliche Kugel negative Spannung, also liegt die fingierte Kugel  $K_A$  über  $A$  an  $+2V$ , entsprechend die Spiegelkugel  $K_B$  unter  $B$  an  $-2V$ . Streng genommen dürfen wir 2 Platten nicht durch 2 Spiegelbilder ersetzen, da ja z. B.  $A$ , als elastische Ätherfläche gedacht, unter der Einwirkung der 3 Kugeln  $K_A, K, K_B$  deformiert werden würde. Um  $A$  als Ebene

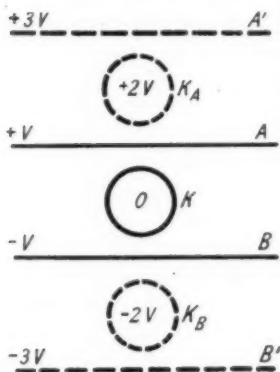


Fig. 2.

zu erhalten, müßten wir vielmehr alles unter  $A$  Liegende gegen  $A$  spiegeln; das Gleiche müßten wir gegen  $B$  tun. Dann aber würde wieder dieselbe Überlegung anzustellen sein; ich müßte wieder gegen  $A$  und  $B$  spiegeln u. s. f. Kurz, der Einfluß zweier starren Platten auf ein zwischen ihnen befindliches Feld läßt sich nur durch unendlichfache Spiegelung des Feldes gegen beide Platten ersetzen. Die mathematische Verfolgung dieser „Thomson'schen mehrfachen Spiegelung“ zur Berechnung des Potentialwertes irgendeines Punktes im Felde einer Kugel führt auf eine stark konvergierende, unendliche Reihe, die je nach der Zahl der berücksichtigten Glieder das gesuchte

Potential mit beliebiger Annäherung ergibt. Für unseren Fall, Kugel in Feldmitte, lautet sie mit Beschränkung auf 2 Spiegelbilder (Fig. 2):

$$\varphi = E_a \cdot z \left[ 1 - \frac{R^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}^3} + \frac{R^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - h_1)^2}^3} + \frac{R^3}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + h_1)^2}^3} \right],$$

worin  $h_1$  diesmal den Plattenabstand bedeutet. Der deformierende Einfluß der beiden Platten wird durch die beiden letzten Klammergrößen dargestellt.

Die Vertikalabmessungen meiner Modelle wurden durchweg unter 28 cm gehalten; mit  $R = 14$  cm als Kugelradius nehmen wir also den ungünstigsten Fall an. Um die Störungen durch Randwirkung und Raumladungen in der Nähe der Platten nicht über den Betrag einer kleinen Korrektur anwachsen zu lassen, habe ich ausnahmslos in dem Raume gemessen, der von Ebenen mit 60 cm Vertikalabstand und von solchen mit 75 cm Horizontalabstand vom Feldmittelpunkte (0,0) begrenzt war. Da die Störung durch die Platten in ihrer Nähe naturgemäß am größten ist, so genügt es, den Einfluß der Spiegelbilder auf den Punkt (0,60) zu untersuchen, um den extremen Korrekturwert für unsere Messungen zu finden.

Unter Annahme von 320 Volt Potentialdifferenz zwischen den Platten mit 2 m Abstand ergibt sich für den Punkt (0,60) die Deformation zu:

$$\varphi_D = \frac{320}{200} \cdot 60 \left( \frac{14^3}{140^3} + \frac{14^3}{260^3} \right) = 96 \cdot 0,001156 = 0,11 \text{ Volt.}$$

Dieser Wert liegt innerhalb der Meßgenauigkeit von  $\frac{1}{3}$  Volt. Wir dürfen daher den Einfluß der Starrheit der Platten auf die Feldgestaltung vernachlässigen und die Verhältnisse in unserem künstlichen Felde bei der angegebenen Höchstabmessung der Modelle als praktisch ähnlich denen in der freien Atmosphäre ansehen.

5. Einfluß der Erdung der unteren Platte oder in der Nähe des Feldes stehender, geerdeter Leiter auf den Verlauf der Niveauflächen.

Es liegt nahe, bei Anlegen der das Feld erzeugenden Spannung mit Vorliebe die untere Platte zu erden in der Meinung, damit den in der Natur gegebenen Verhältnissen am

nächsten zu kommen. In Wirklichkeit tritt dadurch eine Fehlerquelle in die Erscheinung, die einmal für Vernachlässigung zu groß und andererseits ihrer Größe nach zu unbeständig ist, um rechnerisch berücksichtigt zu werden. Wie

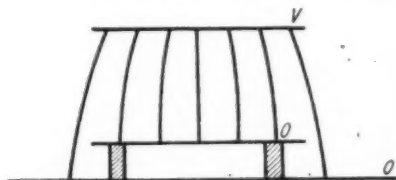


Fig. 3.

nebenstehende, schematische Fig. 3 zeigt, verlaufen in diesem Falle die Feldlinien von der oberen Platte nicht nur nach der unteren, sondern auch seitlich nach dem geerdeten Fußboden, so daß eine

Streuung der Feldlinien, damit eine Zusammendrängung der Niveauflächen an der oberen Platte die Folge ist. Aus diesem Grunde habe ich stets von einer Erdung der unteren Platte abgesehen und dafür das Nullpotential der Mitte des Feldes aufgezwungen. Dies erreichte ich in einfacher Weise durch Erdung der Mitte meiner Spannungsbatterie, deren Enden an die Platten gelegt wurden. Der Verlauf der Niveauflächen war dann zur Horizontalmittelebene spiegelbildlich symmetrisch. Die Potentialwerte wurden jedoch von der unteren, mit Null benannten Platte an positiv gezählt, um Wechsel des Vorzeichens zu vermeiden.

Ebenso müssen große, geerdete Leiter in der Nähe des Feldes, in erster Linie die Zimmerwände, eine Streuung der Feldlinien nach dieser Richtung zur Folge haben. Das Feld wurde daher so aufgestellt, daß es überall einen Mindestabstand von 2 m von den Wänden hatte. Unvermeidlich war der störende Einfluß des geerdeten, dünnen Eisenrahmens, der den Schlitten für die Abstevorrichtung trug. Sein Abstand vom Felde wurde so gewählt, daß sich zwar in der ihm zugekehrten Feldseite noch eine geringe Störung nachweisen ließ, daß aber der Fehler in der Vertikallängsmittlebene, in der ausschließlich gemessen wurde, praktisch gleich Null war.

#### 6. Störung des Feldes durch Luftströmungen, die geladenen Staub in das Feld bringen.

Zu längeren, eingehenden Untersuchungen gaben Störungen den Anlaß, deren Ursache zunächst nicht festzustellen

war. Sie bestanden in einer mehr oder weniger langsamen Veränderlichkeit der Potentialwerte eines und desselben Feldpunktes, so daß eine exakte Bestimmung des Niveauflächenverlaufs unmöglich war. Die Vermutung, Isolationsfehler oder Schwankungen der Batteriespannung könnten an diesem Umstande schuld sein, erwies sich als hinfällig.

Ebenso mußte die Annahme fallen gelassen werden, daß die Entstehung der sogenannten Wasserfallelektrizität infolge des „Lenard-Effektes“ die Unbeständigkeit der Potentialwerte hervorriefe. Dieser Wasserzerprätzeffekt besteht in einer Auslösung von Elektronen aus der unteren Platte durch das zerspritzende Wasser des Kollektors. Es wäre sehr wohl möglich gewesen, daß zur oberen, positiven Platte aufsteigende Elektronenschwärme als negative Raumladungen das natürliche Feld deformiert hätten. Da aber das Bedecken der unteren Platte mit einem Tuch, das nach Ebert und Lutz<sup>1)</sup> den Zerprätzeffekt so gut wie vollkommen dämpft, die zeitlichen Schwankungen des Potentials in keiner Weise verringerte, mußte auch von dieser Deutung Abstand genommen werden.

Ihre endliche Aufklärung schienen die Schwankungen durch Annahme lichtelektrischer Effekte zu finden. Die Störungen zeigten eine deutliche Zunahme mit der Intensität des in das Feld fallenden Sonnenlichtes; auch vergrößerte das Einschalten einer hochkerzigen, elektrischen Glühlampe die Amplitude der Schwankungen nicht unwesentlich. Unter den verschiedenen lichtelektrischen Wirkungen schied nun der bekannte *Hallwachseffekt* von vornherein aus, da es für die Schwankungen gleichgültig blieb, ob die Begrenzungsplatten belichtet wurden oder nicht. Ebenso kam die normale Gas-ionisation durch sehr kurzwelliges Licht nicht in Frage, da dieses weder in der durchs Fenster gegangenen Sonnenstrahlung, noch in der durch das Glas der Glühlampe gedrungenen Strahlung enthalten ist. Alle in dieser Richtung angestellten Versuche zeigten dementsprechend auch die Unabhängigkeit der Potentialschwankungen von lichtelektrischen Effekten. Jene waren also auf andere Ursachen zurückzuführen.

Als diese ergaben sich schließlich die geringen Luft-

1) H. Ebert u. W. Lutz, a. a. O.

strömungen, die stets in geschlossenen Räumen vorhanden sind und einmal durch Undichtigkeiten der Fenster- und Türfüllungen, andererseits durch Wärmequellen im Zimmer hervorgerufen werden. Diese Strömungen führen Teilchen mit sich, die durch reibungselektrische oder andere Vorgänge positiv oder negativ aufgeladen sind und von verschiedener Herkunft sein können. Es mag zum Teil mikroskopischer „Staub“ organischer und mineralischer Natur sein; doch glaube ich, daß in der Hauptsache solche Partikelchen beteiligt sind, die auch bei der Kondensation als Kerne eine Rolle spielen und in der Hauptsache von chemischem Herkommen<sup>1)</sup> sind. Wir haben es also hier mit Konvektionsströmen zu tun, bei denen fast stets die positiven Ladungen überwiegen, wie einmal meine Untersuchungen zeigten, wie es sich aber auch aus der bekannten Erscheinung ergibt, daß an elektrischen Schalttafeln und im Zimmer geführten Leitungen vor allem die negativen Pole bzw. Drähte von einer dicken Staubschicht umgeben sind. Der Einfluß des Sonnenlichtes ist daher nur als mittelbar so zu erklären, daß durch die damit verbundene Wärmestrahlung Luftströmungen hervorgerufen werden, die nun ihrerseits Raumladungen in das Feld bringen. Daher läßt sich eine hochkerzige Glühlampe in dieser Beziehung vollkommen ersetzen durch einen Bunsenbrenner. Beide haben infolge ihrer Wärmeabgabe, wie sie namentlich bei gasgefüllten Lampen ganz beträchtlich ist, starke Luftströmungen zur Folge.

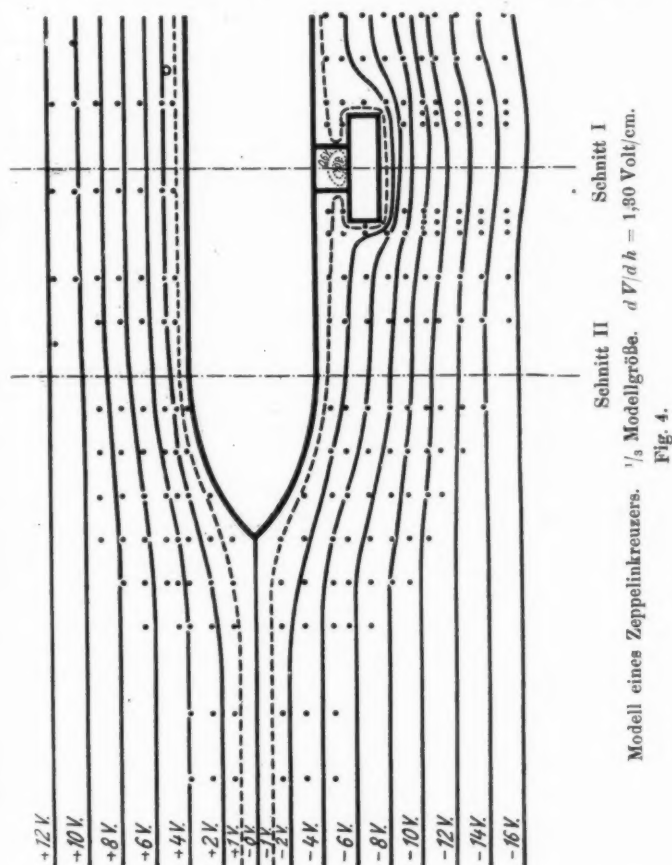
Zur Vermeidung der Potentialschwankungen trug ich dafür Sorge, diese Konvektionsströme auf ein Mindestmaß zu beschränken. Aus diesem Grunde sah ich grundsätzlich von der Benutzung künstlicher Lichtquellen ab, brachte an Türen und Fenstern dichte Vorhänge an und ließ ein Fenster nur soweit frei, daß ich die Stellung der Elektrometerfäden gut ablesen konnte. Zur Vermeidung von Staub empfiehlt es sich, den Fußboden zu ölen oder ihn doch wenigstens, wie es in meinem Versuchszimmer geschah, öfter mit ölgetränktem Holzmehl aufwischen zu lassen. Durch diese Maßnahmen gelang es mir, die sonst unvermeidlichen Potentialschwankungen unter die Größe des Beobachtungsfehlers herabzudrücken.

---

1) Vgl. z. B. A. A. Wigand, Meteorolog. Zeitschr. S. 10. 1913.

## IV. Ergebnisse.

Die Figg. 4—6 geben die Feldgestaltung in der Nähe eines Zeppelinkreuzers wieder. Das Modell (48 cm lang, 6 cm

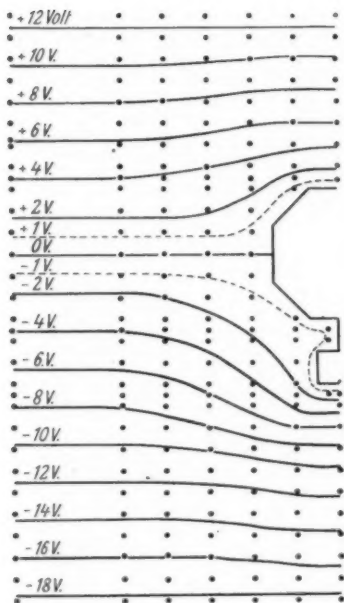


Modell eines Zeppelinkreuzers.  $\frac{1}{3}$  Modellgröße.  $dV/dh = 1,90$  Volt/cm. Fig. 4.

breit und hoch) wurde aus Draht hergestellt und mit metallisiertem Ballonstoff überzogen. Die Aufladung geschah von außen her auf das Potential der im ungestörten Felde durch die Modellängsachse gehenden Ebene. Von deren mit

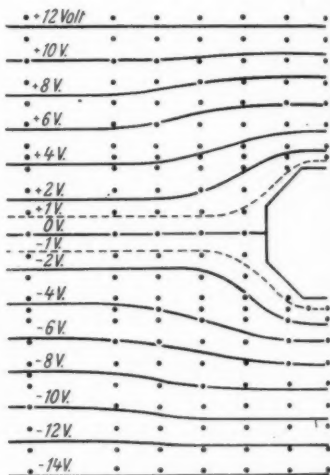
Null bezeichnetem Potentialwert wurde der Spannungsabfall nach oben positiv, nach unten negativ gezählt.

Beim ausgeglichenen Luftkreuzer mit abgestellten Motoren wird diese dem Modellpotential entsprechende Fläche infolge



Zeppelinmodell Querschnitt I der Fig. 7.  
 $dV/dh = 1,15 \text{ Volt/cm.}$   $\frac{1}{3}$  Modellgröße.

Fig. 5.



Zeppelinmodell  
Querschnitt II der Fig. 7.

$dV/dh = 1,15 \text{ Volt/cm.}$

$\frac{1}{3}$  Modellgröße.

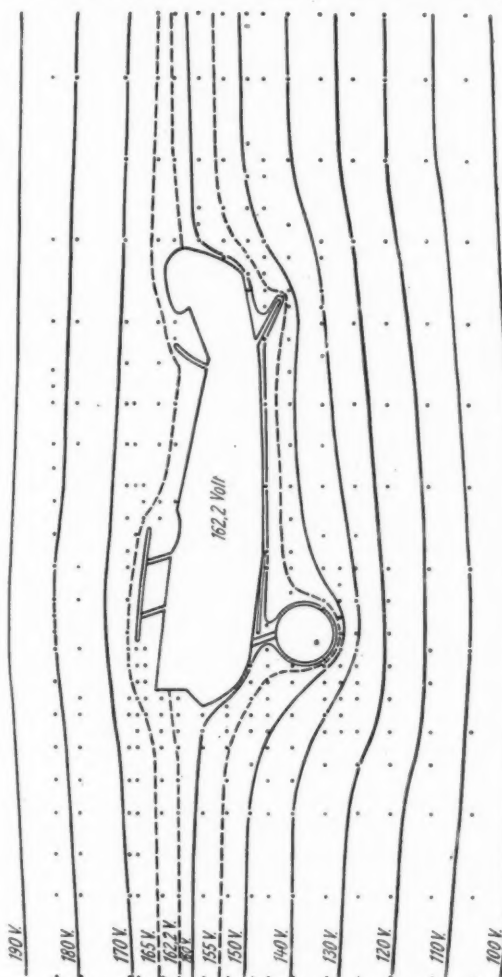
Fig. 6.

der durch die Gondeln hervorgerufenen Unsymmetrie der Kapazitätsverteilung etwas tiefer liegen, bei laufenden Motoren noch tiefer, da dann die ionisierten Auspuffgase als Linkescher Ausgleicher wirken.

Fig. 7 stellt die Feldstörung durch einen *Doppeldecker* dar. (Gesamtlänge des Modells 56 cm, Gesamthöhe 24 cm.) Die Trag- und Steuerflächen des Modells bestanden aus Metallblech; der hölzerne Rumpf sowie das Fahrgestell wurden durch Bekleben mit Stanniolpapier leitend gemacht. Da die Ausgleichung



des Flugzeugs beim Flug durch die Kollektorwirkung der Auspuffgase<sup>1)</sup> geschieht, so wurde das Modell entsprechend auf



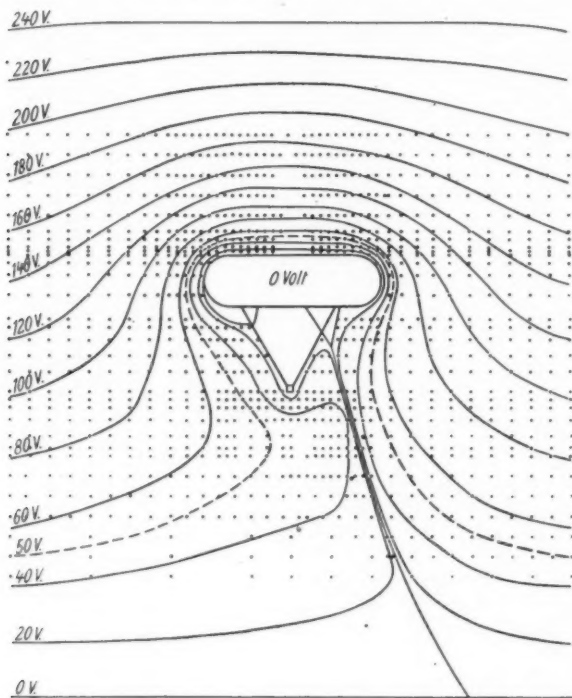
Doppeldecker, von außen her auf das Potential 162,2 Volt aufgeladen.  $dV/dh = 1,55$  Volt/cm.  
Maßstab  $\frac{1}{4}$  der Größe des Modells.

In einer Tiefe unter dem Fahrgestell gleich dem  $\frac{1}{3}$  fachen der Gesamthöhe des Flugzeugs ist das Feld wieder normal.

Fig. 7.

1) A. Wigand, Die Naturwissenschaften. 7. S. 487. 1919.  
Annalen der Physik. IV. Folge. 63.

das Potential derjenigen Niveaufläche von außen her aufgeladen, die im ungestörten Felde unmittelbar über dem Mittelteil des Rumpfes verlaufen würde. Für Messungen des Potentialgefälles im Flugzeuge ist zu beachten, daß das Deformationsbild der Niveauflächen mit der Lage des Flugzeugs im Raume (Anstellwinkel und Schräglage) variieren wird.



Fesselballon an geerdetem Kabel in etwa 75 m Höhe.  
 $dV/dh = 1,46$  Volt/cm. (Maßstab  $\frac{1}{4}$  der Modellgröße.)

Fig. 8.

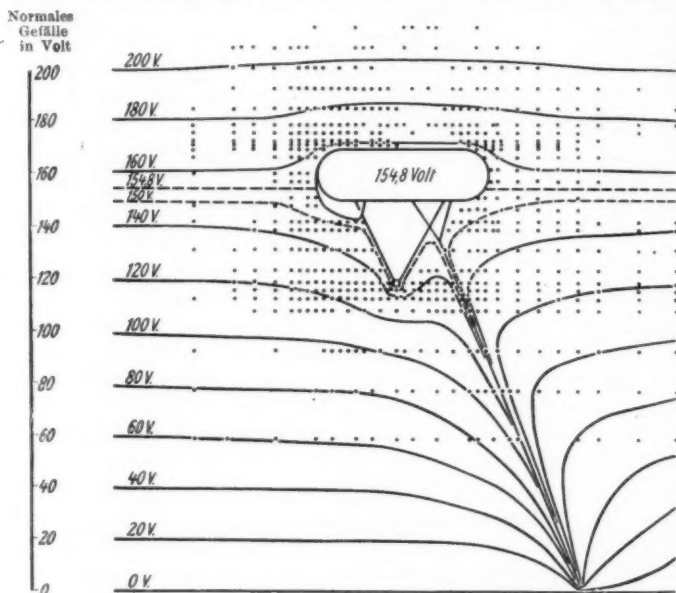
Fig. 8 zeigt die Feldstörung durch einen geerdeten *Fesselballon*. Da dieser ebenso wie das mit dem geerdeten Metallkabel verbundene Leinensystem bei der in unseren Breiten vorhandenen Luftfeuchtigkeit der unteren Schichten als Leiter

zu betrachten ist, so wird der Ballon dauernd nahezu auf dem Erdpotential gehalten. Der infolge der natürlichen Ausgleichung der Ballonoberfläche zur Erde gehende Strom läßt sich leicht mittels in das Kabel eingeschalteten Galvanometers nachweisen. Das Modell wurde, stark idealisiert, aus Metall hergestellt und durch einen Kabeldraht mit der unteren Platte verbunden. Der eigentliche Ballonkörper war 44,5 cm lang und 13 cm hoch, der Abstand der unteren Korbkante vom oberen Ballonrande betrug 34 cm, von der unteren Platte 16 cm. Infolge der Beschränkung durch die Felddimensionen konnte die Deformation nur für eine verhältnismäßig geringe Höhe dargestellt werden. Die während des Feldzuges benutzten Ballone hatten eine Länge von etwa 25 cm. Unsere Figur stellt also einen Ballon in nur etwa 75 m Höhe vor. Trotzdem ist der Potentialabfall unmittelbar über der Mitte des Ballons, gerechnet auf eine Strecke gleich 0,1 der Höhe des Ballonkörpers das Zehnfache des normalen Gefälles, am Ventil (rechts seitlich) etwa das Doppelte. Für 1000 m Höhe, in der während des Krieges im allgemeinen beobachtet wurde, dürfte dieses Verhältnis auf etwa 100:1 steigen. In dieser Höhe ist der Gradient<sup>1)</sup> normalerweise 25 Volt/m, bei Gewitterlage das 20- bis 50fache dieses Wertes. Wir hätten demnach über dem Ballon bei schönem Wetter mindestens 2,5 Kilovolt/m, bei Gewitterneigung 50—125 Kilovolt/m. Wenn diese Spannungen auch noch nicht das zu einer Funkenentladung erforderliche Gefälle erreichen, so besteht doch die Gefahr, daß eine Blitzentladung aus einer in der Nähe befindlichen Gewitterwolke ihren Weg auf den Ballon als der Bahn des geringsten Widerstandes nimmt.

Wie sich demgegenüber die Feldverteilung um einen gegen Erde isolierten Fesselballon ausbildet, zeigt Fig. 9. Die Isolation bestand in einem auf die untere Platte gelegten Stück gut abgeflammtten Paraffins, auf dem das freie Ende des Kabeldrahtes befestigt war. Das Modell lud sich in diesem Falle durch natürliche Ausgleichung auf. Die dem Ballonpotential (154,8 Volt) entsprechende, indifferente Niveaufläche verläuft in etwa  $\frac{1}{4}$  Höhe des eigentlichen Ballonkörpers. Auch hier zeigt sich ein höheres

1) Nach K. Kähler, Luftelektrizität (Göschel), S. 47. 1913.

Gefälle über dem Modell, jedoch beträgt es für die gleiche Strecke, die beim geerdeten Ballon angenommen wurde, nur das Doppelte des normalen Gefälles, am Ventil bedeutend weniger. In 1000 m Höhe würde die indifferente Niveaufläche infolge der größeren Kapazität des Kabels zwar noch etwas tiefer liegen und damit das Gefälle über dem Ballon relativ zum normalen



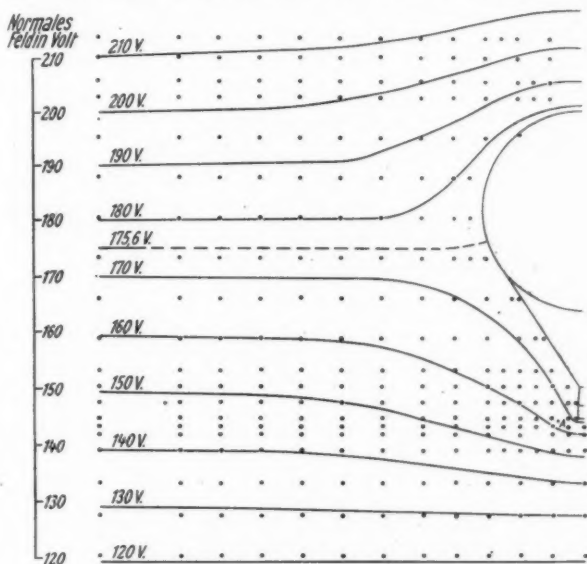
Gegen Erde isolierter Fesselballon in etwa 75 m Höhe.  
 $dV/dh = 1,54 \text{ Volt/cm.}$  (Maßstab  $1/4$  der Modellgröße).

Fig. 9.

noch etwas zunehmen, jedoch dürfte es das 4fache des normalen Gradienten nicht übersteigen. Bei Schönwetterlage hätten wir also 0,1 Kilovolt/m, bei Gewitterneigung 2—5 Kilovolt/m. Das sind Spannungen, die nicht entfernt die Größenordnung des Funkenpotentials erreichen.

Dagegen treten in diesem Falle an der Isolationsstelle gewaltige Potentialdifferenzen auf, da sich sämtliche Niveauflächen, die unter dem Ballonkörper liegen, durch die Isolation

hindurchdrängen. Der Gradient fällt bei normalem Wetter von etwa 100 Volt/m am Boden bis auf 25 Volt/m in 1000 m Höhe. Da der Abfall nach einer Exponentialfunktion vor sich geht, so beträgt der Mittelwert etwa 50 Volt/m. Nehmen wir eine 20 cm starke Isolierschicht an, so ist an dieser Stelle das Gefälle bei 1000 m Ballonhöhe bei normalem Wetter etwa



Modell des „Düsseldorfer II“ natürlich ausgeglichen.  
(Maßstab  $\frac{1}{3}$  der Modellgröße.)

Fig. 10.

$\frac{50}{0,2} = 250$  Kilovolt/m, bei Gewitterneigung 5000–12500 Kilovolt/m. Letztere Spannungen liegen weit über dem Funkenpotential und würden unbedingt starke Entladungen zur Folge haben, damit aber eine Gefahr für die Bedienungsleute der Ballonwinde bedeuten.

Praktisch dürfte sich eine gute Isolierung von Fesselballonen mit beweglicher Winde kaum durchführen lassen.

Fig. 10 zeigt die Feldgestaltung um einen *natürlich ausgeglichenen* Freiballon. Das Modell (Durchmesser der Ballonkugel 25 cm,

Gesamthöhe 38,5 cm) wurde dem Ballon „Düsseldorf II“ (Kugeldurchmesser 16,3 m, Inhalt 2200 cbm), mit dem Wigand und Everling die zweite der in der Einleitung erwähnten Hochfahrten unternahmen, getreu im Maßstabe 1 : 65,2 nachgebildet und mit paraffinierten Seidenfäden unter Zwischenschaltung von Bernsteinstücken an der oberen Platte aufgehängt. Ballonkugel und Korb bestanden aus Weißblech, das „Leinensystem“ aus dünnen Kupferdrähten. Auch hier liegt die dem Modellpotential entsprechende Niveaufläche infolge der Unsymmetrie des Systems unter der Äquatorebene der Ballonkugel.

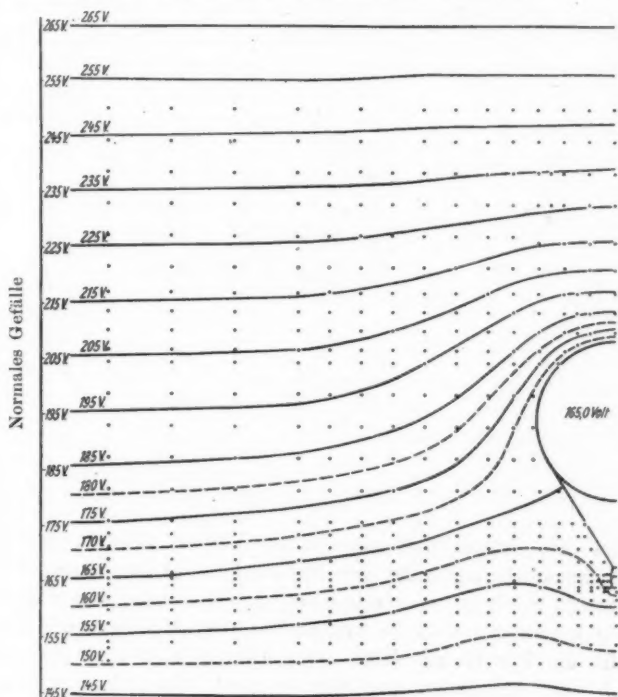
Es sei mir gestattet, an dieser Stelle auf die Verteilung der elektrischen Ladungen auf dem Ballon einzugehen. Im Felde (obere Platte positiv geladen) wird der Ballon in seinem oberen Teile durch Influenz eine negative Oberflächendichte, in seinem unteren Teile eine positive elektrische Erregung annehmen. Nur auf der unendlich schmalen Kugelzone, an der die Potentialfläche des Ballons ansetzt und zwar rechtwinklig<sup>1)</sup> ansetzt, ist die Oberflächendichte gleich Null. Von dieser indifferenten Zone aus nimmt die Oberflächendichte nach beiden Seiten hin absolut zu und erreicht ihre größten Absolutwerte an Stellen höchsten Potentialabfalls der Umgebung, in unserem Beispiel also am Ventil und am Korbboden. Infolge der natürlichen Ionisation der Luft tritt über der neutralen Zone dauernd ein elektrischer Strom ein und unter ihr aus. Wir dürfen also die gesamte Oberfläche als einen Ausgleicher ansehen, dessen Wirkung an den verschiedenen Stellen der dort vorhandenen Erregung proportional ist. Der dabei im Ballon fließende Strom läßt sich leicht mittels Galvanometers nachweisen, wie das Wigand im Frühjahr 1916 an isolierten Feldfesselballonen getan hat.

Steigern wir auf irgendeine Weise durch einen Ausgleichskollektor die Ausgleichswirkung eines bestimmten Oberflächenelementes z. B. am Korbboden, so tritt eine kurze Zeit lang ein stärkerer Strom aus. Dies hat notwendig eine Erniedrigung des Modellpotentials, damit ein Tieferansetzen der Ballonäquipotentialfläche am Ballon und eine Verlagerung eines Teils der bisher unter dem Ballon durchgehenden Niveauflächen über

1) Vgl. Cl. Maxwell, Vol. I. § 115.

ihn zur Folge. Steigern wir die Wirkung des Zusatzausgleichers derart, daß die natürliche Ausgleichung (Zerstreuung) durch die Ballonoberfläche nicht mehr dagegen in Frage kommt, so läßt der Ausgleicher keine Potentialdifferenz zwischen sich und der unmittelbaren Umgebung bestehen, seine Oberflächendichte wird Null, d. h. die Niveaufläche des Ballons tritt dann in den Ausgleicher ein.

Es sei jedoch nochmals betont, daß dieser Fall nur dann eintritt, wenn die natürliche Zerstreuung im Vergleich zur Wirkung des Ausgleichers verschwindend klein ist.



Freiballonmodell aufgeladen auf das Potential der im ungestörten Felde  
0,4 cm unter Korbbodenhöhe gelegenen Niveaufläche.  
 $dV/dh = 1,14$  Volt/cm. (Maßstab  $1/10$  der Modellgröße.)

Fig. 11.

Beispiele für die Feldgestaltung bei Aufladung von außen her sind die Figg. 11—14. Sie haben das Gemeinsame, daß die Potentialfläche des Modells im ungestörten Felde frei

Feldstörung durch das Modell des „Düsseldorf II“  
( $\frac{1}{12}$  Modellgröße),  
aufgeladen auf das Potential der im ungestörten Felde:

Fig. 12.

a) 12 cm unter dem Ballon  
liegenden Niveaufläche.

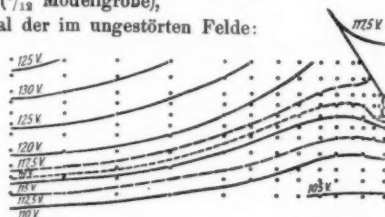


Fig. 13.

b) 20,5 cm unter dem Ballon  
liegenden Niveaufläche.

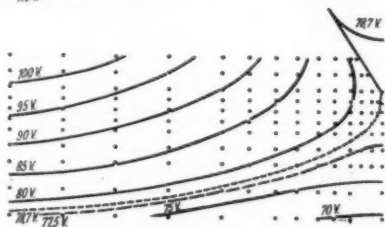
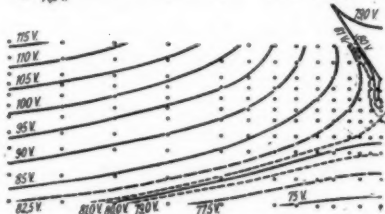


Fig. 14.

c) 30 cm unter dem Ballon  
liegenden Niveaufläche.



unter dem Ballon durchgehen würde. Dabei wurde das Modell künstlich mit Hilfe der Akkumulatorenbatterie auf das Potential solch einer ursprünglich ungestört unter dem Ballon verlaufenden Niveaufläche aufgeladen. Der Ballon wurde im Falle der Fig. 13 mit Hilfe einer Akkumulatorenbatterie auf 78,7 Volt aufgeladen und derart durch einen horizontalen Halter im Felde aufgehängt, daß die ungestörte 78,7 Volt-ebene 20,5 cm unter dem Modell durchgegangen wäre. Besonders von Interesse ist der Fall, in dem die Niveaufläche des Modells aus 20 cm Entfernung unter dem Ballon heraufgezogen



wird und dabei in den Korbboden eintritt (Fig. 13). Vorausnehmend sei bemerkt, daß diese Feldgestaltung identisch ist mit der durch die Wirkung eines starken Ausgleichers am Korbboden gegebenen (Fig. 15), wobei die natürliche Zerstreuung durch den Ballon relativ verschwindend ist. Infolgedessen kann man zur Vereinfachung der Meßmethode eine beabsichtigte Feldgestaltung anstatt durch Wirkung von Kollektoren durch Aufladung von außen her erreichen.

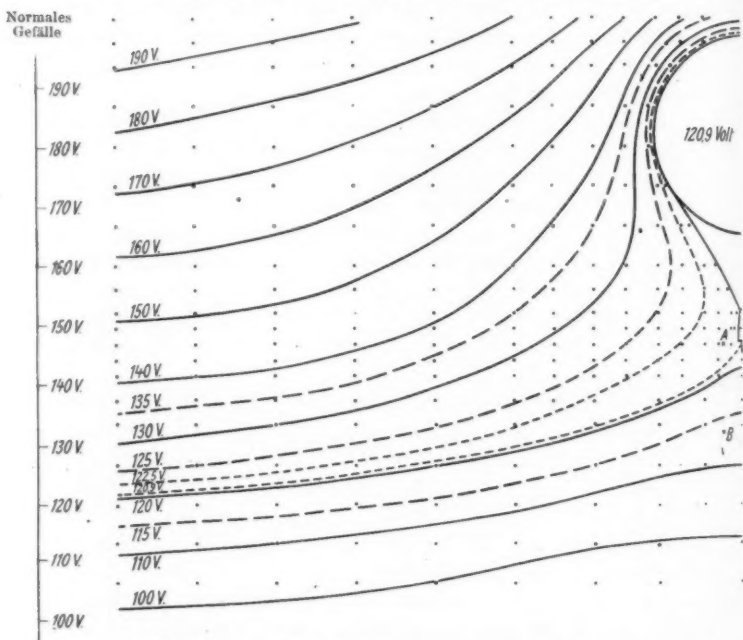
Bezüglich der Modelldimensionen sei noch erwähnt, daß die Gesamthöhen sowie der Kugeldurchmesser der Figg. 11—15 und 17 dieselben sind, daß sich aber Fig. 11 in den Korbmaßen von den übrigen Figuren unterscheidet.

Um die Everlingschen Relativmessungen auszuwerten, brachte ich am Korbboden einen kräftigen Tropfkollektor an. Hinsichtlich der von Everling gebrauchten Meßanordnung verweise ich auf die bei der Freiballonfahrt mit dem Ballon „Barbara“ (Kapitel VI) benützte. Sie ist der Everlingschen getreu nachgebildet.

Die Verwendung eines Tropfkollektors entspricht einmal der Ausgleichung durch den Tropfsack Everlings am besten, und ferner ist es vor allen Dingen möglich, die Auflösungsstelle des Wasserstrahls auf mm genau in jede gewünschte Höhe zu legen. Nach der von Ebert und Lutz<sup>1)</sup> angegebenen Methode wurde die Ballonkugel durch den hohlen Modellhalter etwa zur Hälfte mit Wasser gefüllt. Dieses lief dann durch ein dünnes, senkrechtes Rohr, das in Höhe des Korbbodens durch ein mit einem kleinen Loch versehenes Blech geschlossen war. In dieses Loch war ein feiner Draht eingeführt, von dessen unterem Ende etwa 4 mm unter dem Korb das Wasser in kleinen Tropfen abfiel. Da die Lage des Referenzpunktes infolge der vorstehend geschilderten Abtropfvorrichtung vom Druck des Wassers unabhängig war, konnte ich von der Verwendung eines ständig Wasser nachliefernden, außerhalb des Feldes stehenden Gefäßes (vgl. Ebert und Lutz)<sup>1)</sup> absehen, so daß nur die Kapazität des Ballons und des Halters durch den Ausgleicher aufzuladen war; die praktische Ladungsdauer betrug 1,5—2 Minuten.

1) H. Ebert u. W. Lutz a. a. O. S. 195.

Fig. 15 zeigt den Feldverlauf des durch den Tropfkollektor am Korbboden ausgeglichenen Ballons. Ein Vergleich mit Fig. 13 ergibt die völlige Identität beider Feldbilder und damit die Tatsache, daß die Feldstörung eines Modells ausschließlich von



Modell des „Düsseldorf II“, durch starken Tropfkollektor 0,4 cm unter Korbboden vollkommen ausgeglichen.

$dV/dh = 1,33$  Volt/cm. (Maßstab  $\frac{1}{8}$  Modellgröße.)

Fig. 15.

seinem Potential abhängig ist gleichgültig, in welcher Weise die Aufladung auf dieses Potential erfolgt. Vorausgesetzt ist hierbei, daß nicht ionisierende Ausgleicher, z. B. Radiumkollektoren, zur Aufladung verwandt werden, da die Ionen dann noch sekundär die Feldverteilung beeinflussen. Wie zu erwarten war, zeigt Fig. 15 in der Nähe des Ausgleichers ein sehr schwaches Feld und eine starke Auflockerung der Niveaulinien unter dem Korbe. Für Gefällemessungen in unmittel-

barer Nähe des Korbes ist daher die Methode der Ausgleichung am Korb oder dicht darunter ungünstig. Um so vorteilhafter ist sie für Messungen der Leitfähigkeit, Beweglichkeit und Ionendichte der Luft, da hier ein starkes Feld auf Ionen verschiedenen Vorzeichens ungleich wirken und damit besondere Reduktionen bedingen würde. Da das Gefälle etwa 30 m unter dem Ballon wieder normal ist, genügt es zu Absolutmessungen mit 2 Meßkollektoren, diese in gewissem Abstände voneinander etwa 30 m aus dem Korb herabzulassen. Ebenso ist für Ausgleichung am Korb die Everlingsche Relativmethode mit nur einem Meßkollektor anwendbar (vgl. Einleitung); nur muß die Meßsonde genügend tief unter dem Ballon angebracht werden, damit der Potentialunterschied zwischen ausgeglichenem Ballon und Meßsonde meßbare Werte erreicht.

#### V. Nachprüfung der Ergebnisse bei einer Freiballonfahrt.

Durch Unterstützung aus der „Aerophysikalischen Stiftung Halle“ wurde mir die Nachprüfung meiner Ergebnisse gelegentlich der Fahrt mit dem von der Luftfahrzeug G. m. b. H. überlassenen Ballon „Barbara“ (Inhalt 900 m<sup>3</sup>) am 18. Dezember 1919 ermöglicht, bei der die Herren Prof. Dr. Wigand und cand. phys. Koppe neben der Führung und eingehenden, meteorologischen Beobachtungen Leitfähigkeitsbestimmungen und Messungen mit 2 Ebertschen Ionenzählern anstellten, während ich selbst Potentialgefällemessungen vornahm.

Hinsichtlich der *Versuchsanordnung* hielt ich mich streng an die von Everling<sup>1)</sup> gemachten Angaben. Der gesamte Ballon, einschließlich Leinensystem und Korb, wurde durch Umspannen mit dünnem Eisendraht zu einem eindeutigen Leiter gemacht. Mit diesem Draht verbunden wurde der Ausgleicher des Ballons, nämlich das metallische Ausflußrohr *a* (Fig. 16) des schon von Everling benutzten Tropfsacks, der zur Vermeidung des Gefrierens der Füllung eine gesättigte

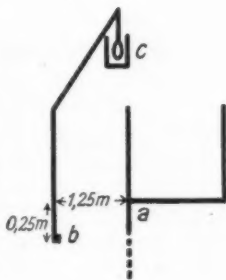


Fig. 16.

1) E. Everling, a. a. O.

Chlorkalziumlösung enthielt. Der Sack wurde so angebracht, daß der Referenzpunkt 25 cm unter einer Korbbecke lag. In der Mitte einer Längsebene des Korbes hing isoliert das Spannungsmessende Instrument *c*, ein Wulfsches 2-Faden-elektrometer geringer Empfindlichkeit. Die Fäden waren dauernd durch einen isoliert geführten Draht, der das Ballonfeld nicht in meßbarer Weise stört, mit einem Meßkollektor *b* verbunden, der in 1,25 m Entfernung von der erwähnten Korbbecke in gleicher Höhe mit dem Referenzpunkt des Tropfsacks lag. Als Meßsonde diente zunächst ein Spritzkollektor<sup>1)</sup> Lutzscher Konstruktion mit kombinierter Druck- und Saugwirkung (Zerstäuber), dessen Aufladezeit 3 Sekunden beträgt. Es wurde nach einigen Messungen durch eine starke Poloniumsonde ersetzt, um deren Wirkung in der freien Atmosphäre vergleichend festzustellen. Vorausnehmend bemerke ich, daß sie im Mittel die gleiche Potentialdifferenz anzeigte wie der Spritzkollektor.

Während der Versuchsreihe fuhr der Ballon dauernd, von geringen Schwankungen abgesehen, in derselben Höhe von rund 3 km etwa 100—200 m über einer dichten, zusammenhängenden Wolkendecke. Wir werden deshalb auch ziemlich übereinstimmende Werte erwarten dürfen. Nachstehend gebe ich das Protokoll meiner Messungen.

I. Das Elektrometergehäuse wurde mit dem Korbe leitend verbunden.

a) Als Meßsonde diente der Spritzkollektor.

| Zeit<br><small>h m</small> | Relativer Abfall auf 1,25 m    |      |            | Höhe, km    |            |
|----------------------------|--------------------------------|------|------------|-------------|------------|
|                            | Einzelwerte in<br>Skalenteilen | Volt | Mittelwert | Einzelwerte | Mittelwert |
| 1 42                       | 15,8                           | 44,5 | 45,1       | 2,84        | 2,84       |
| 1 43                       | 16,0                           | 45,7 |            | 2,84        |            |
| 1 52                       | 15,8                           | 44,5 | 44,3       | 3,04        | 3,02       |
| 1 56                       | 15,7                           | 44,0 |            | 3,00        |            |

1) Näheres vgl. G. Lutze, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Ges. 15. S. 1101. 1913.

b) Der Spritzkollektor wurde durch ein Poloniumpräparat ersetzt.

| Zeit<br>h m | Relativer Abfall auf 1,25 m         |      |            | Höhe, km    |            |
|-------------|-------------------------------------|------|------------|-------------|------------|
|             | Einzelwerte in<br>Skalenteilen Volt |      | Mittelwert | Einzelwerte | Mittelwert |
| 2 04        | 16,0                                | 45,7 |            | 2,98        |            |
| 2 06        | 15,3                                | 41,6 | 44,4       | 2,98        | 2,98       |
| 2 07        | 15,8                                | 44,5 |            | 2,98        |            |
| 2 10        | 16,0                                | 45,7 |            | 2,96        |            |

Das Gesamtmittel der Versuchsreihe I ergab sich zu 44,5 Volt in 2,95 km Höhe.

II. Als Meßkollektor diente weiter die Poloniumsonde. Die Verbindung zwischen Elektrometergehäuse und Korb wurde aufgehoben, dafür das Gehäuse durch einen isoliert geführten Draht mit einem zweiten, ebenfalls als Meßkollektor dienenden Poloniumpräparat verbunden, das 5,45 m unter dem Korboden hing. Es erfolgte nur eine Ablesung etwa um 2<sup>h</sup> 20<sup>m</sup>, die 17,0 Skalenteile = 51,4 Volt ergab. Die gleichzeitige Ballonhöhe war 2,85 km.

Die verhältnismäßig geringe Zahl der Einzelbeobachtungen erklärt sich aus der kurzen Zeit, die für Messungen in ein und derselben Höhe zur Verfügung stand.

#### Diskussion der Beobachtungen.

Der Vergleich der beiden Mittelwerte der Tab. Ia zeigt das Schwanken der relativen Gefällewerte im richtigen Sinne, d. h. größeren Höhen entsprechen kleinere Gradienten. Das Gleiche gilt für die Gesamtmittel der Tabellen Ia (44,7 Volt in 2,93 km) und Ib (44,4 Volt in 2,98 km).

Vergleichen wir weiter die im Ballon gefundenen Werte mit den entsprechenden, am Modell des „Düsseldorf II“ nach Fig. 15 im künstlichen Felde beobachteten, so verhalten sich am Modell die zur Versuchsreihe I und II gehörigen Potentialdifferenzen zueinander wie: Punkt A gegen Ballon: Punkt B gegen A = 0,3 : 7,7 = 1 : 26, während die im Freiballon gemessenen Potentialdifferenzen I und II im Verhältnis: 44,5 : 51,4 = 1 : 1,15 stehen.

Dieser Unterschied zwischen der Messung im Freiballon



früher betont, daß die Feldverteilung der Fig. 15, insbesondere das Eintreten der Ballonniveaufäche in den Ausgleicher nur dann zustande kommt, wenn die natürliche Zerstreuung der Ballonoberfläche gegen die Wirkung des Zusatzausgleichers verschwindet. Bei unserer Fahrt mit „Barbara“ traf das nun zweifellos nicht zu. Infolgedessen muß die Niveaufäche in diesem Fall höher am Ballon ansetzen.

Ein ungefähres Bild davon, wie die Feldverteilung um die „Barbara“ tatsächlich war, gibt Fig. 17. Bei der Aufnahme dieses Diagramms tropfte der Ausgleicher weniger kräftig als bei Fig. 15; durch Steigerung der Tropfstärke konnte das Feldbild von Fig. 17 in das der Fig. 15 übergeführt werden. Bei Fig. 17 entspricht Punkt *A* dem Ort der Meßsonde bei der Versuchsreihe I im Abstände 1,25 m vom Ballon mit dem Durchmesser 12 m, Punkt *B* dem Ort des 5,45 m herabgelassenen Radiumpräparats der Versuchsreihe II. Es ergibt sich das Verhältnis von *A* gegen den Ballon zu *B* gegen *A* wie:  $(120,5 - 112,0) : (112,0 - 102,5) = 8,5 : 9,5 = 1 : 1,12$ , also fast das gleiche wie I:II (im Freiballon) = 1 : 1,15 (siehe oben); der Unterschied liegt innerhalb der Meßgenauigkeit. Fig. 17 stellt also die Verhältnisse bei der Ballonfahrt befriedigend dar und kann daher zur Absolutreduktion der gemessenen Potentialdifferenzen verwandt werden.

*Der Absolutwert des Gefälles.* Nach der Definition von Ebert und Lutz<sup>1)</sup> ist „der Reduktionsfaktor *R* die Zahl, mit der man das scheinbare, direkt in der Nähe des Ballons gemessene, aber eben darum nicht richtige Gefälle zu multiplizieren hat, um das wahre Gefälle zu erhalten“.

Für den durch ein Kreuz gekennzeichneten Punkt *A* der Fig. 17 ergibt sich gegen den Ballon die Potentialdifferenz:  $120,5 - 112,0 = 8,5$  Volt. Der Abstand des Punktes *A* vom Referenzpunkt des Modellausgleichers ist 2,6 cm. Da der normale Spannungsabfall für die gleiche Strecke 3,72 Volt beträgt, bestimmt sich der Reduktionsfaktor zu  $\frac{3,72}{8,5} = 0,44$ . — Danach ergibt sich das absolute Gefälle, gemessen in 2950 m

1) H. Ebert u. W. Lutz a. a. O. S. 184.

Höhe in „Barbara“, zu:

$$\frac{dV}{dh} = 44,5 \cdot 0,44 \text{ Volt/1,25 m} = 15,7 \text{ Volt/m.}$$

Dieser Wert wird etwas von dem wirklichen abweichen, da die Maße der „Barbara“ (Kugeldurchmesser: Gesamthöhe = 12,4 : 20,3) etwas von denen der Fig. 17 zugrunde liegenden des „Düsseldorf II“ (12,4 : 19,2) verschieden sind. Die gleichzeitigen Potsdamer Bodenmessungen des Meteorologischen Observatoriums gaben folgende Gradienten:

| Zeit   | 11—12 <sup>h</sup> | 12—1 <sup>h</sup> | 1—2 <sup>h</sup> | 2—3 <sup>h</sup> |
|--------|--------------------|-------------------|------------------|------------------|
| Volt/m | 46                 | 60                | 167              | 111              |

Der Ballon befand sich während dieser Zeit zwischen Bitterfeld und Görlitz. Der gefundene Wert stimmt gut mit dem bei früheren Messungen ermittelten überein.

Wetterlage während der Fahrt: Vorderseite eines schnell von NW heranziehenden Tiefs.

#### VI. Bestimmung des Everlingschen Reduktionsfaktors.

Nach den vorstehenden Überlegungen fiel ebenso wie bei der Fahrt mit der „Barbara“ auch bei der Everlingschen, Hochfahrt die natürliche Zerstreuung durch die Ballonoberfläche noch stark gegenüber der Wirkung des Korbausgleichers ins Gewicht. Die Fig. 15 kann daher für die Bestimmung des Everlingschen Reduktionsfaktors nicht in Frage kommen. Ebenso dürfen wir Fig. 17 nicht zugrunde legen, da diese nur für eine ganz bestimmte Zerstreuung der Ballonoberfläche gilt, diese aber von der Leitfähigkeit der Luft abhängt. Da nun nach Messungen von Wigand<sup>1)</sup> die Leitfähigkeit mit der Höhe stark zunimmt, so daß sie in 9 km das mindestens 40fache derjenigen am Erdboden beträgt, so wird die Wirkung des Ausgleichers mit zunehmender Höhe immer mehr gegen die natürliche Zerstreuung zurücktreten und in großen Höhen vielleicht sogar gegen diese verschwinden. Gleichbedeutend damit ist ein Höheransetzen der Niveaufläche des Ballons und eine Abnahme des Reduktionsfaktors mit zunehmender Höhe. Wir können daher nur die beiderseitigen Grenzen angeben, innerhalb deren der Everlingsche Reduktionsfaktor liegen wird.

1) A. Wigand, Verhandl. d. Deutsch. Physik. Ges. 16. S. 232. 1914.



Die untere Grenze für  $R'$  ist uns gegeben für große Zerstreuung, der gegenüber die Ausgleichwirkung Null ist, d. h. die rein natürliche Ausgleichung des Ballons nach Fig. 10. Der Punkt  $A'$  entspricht dem Ort des Everlingschen Meßkollektors in 1,25 m Abstand vom Ballon mit dem Durchmesser 16,3 m. Der Potentialunterschied von  $A'$  gegen den Ballon ist:  $(175,6 - 163,2) = 12,4$  V.; der normale Abfall für die gleiche Strecke von 1,9 cm ist 2,7 V., daraus ergibt sich  $R_1' = \frac{2,7}{12,4} = 0,22$ .

Die obere Grenze gibt uns einen Vergleich mit der Feldgestaltung um die „Barbara“ nach Fig. 17. Für den größeren Durchmesser des „Düsseldorf II“ (16,3 m) entspricht dem Ort des Meßkollektors im Abstand 1,25 m vom Ballon jetzt der Punkt  $A'$  mit dem Abstand 1,9 cm (bei „Barbara“ 2,6 cm). Der Potentialunterschied von  $A'$  gegen das Modell ist nach Fig. 17:  $120,5 - 112,4 = 8,1$  Volt., der normale Abfall für 1,9 cm beträgt 2,7 Volt. Daraus ergibt sich der Reduktionsfaktor zu  $R_2' = \frac{2,7}{8,1} = 0,33$ . Daß  $R_2'$  wirklich die äußerste obere Grenze des Everlingschen Reduktionsfaktors darstellt, zeigen folgende Überlegungen.

Da die Kugeloberfläche des „Düsseldorf II“ fast doppelt (1,8:1) so groß ist wie die der „Barbara“ und damit die natürliche Zerstreuung im Verhältnis zur Ausgleichwirkung wesentlich größer wird, so wird die Ausgleichsfläche des Ballons am „Düsseldorf II“ höher ansetzen und der Reduktionsfaktor kleiner werden als bei der „Barbara“.

Ferner war nach einer persönlichen Mitteilung von Hrn. Dr. Everling die Tropfenzahl des Ausgleichers pro Minute bei seiner Hochfahrt erheblich geringer als bei meiner Fahrt mit der „Barbara“, was ebenfalls in der Richtung einer Verkleinerung des Reduktionsfaktors wirkte.

Aus diesen Gründen liegt das für Everlings Hochfahrt maßgebliche Feldbild zwischen der Fig. 10 und der Fig. 17, entsprechend der Everlingsche Reduktionsfaktor zwischen 0,33 und 0,22 (siehe oben). Letzterer Wert wird dem für große Höhen (über 6 km) gültigen sehr nahe kommen.

Die von Everling<sup>1)</sup> angegebenen Potentialdifferenzen sind

1) E. Everling, a. a. O.

die Originalablesungen selbst, beziehen sich mithin auf 1,25 m Entfernung vom Korb. Der von Everling mit  $R$  bezeichnete Reduktionsfaktor ist demnach  $R = \frac{1}{6} R'$ . Seine Angaben sind also mit  $0,26 > R > 0,18$  zu multiplizieren, um das absolute Gefälle in Volt/m zu erhalten. Dann ergeben sich für den für große Höhen wahrscheinlichen Faktor  $R = 0,18$  folgende Gradienten:

| Seehöhe<br>(Mittel)<br>km | Relativer Abfall $V/1,25$ m<br>(Mittel)<br>$V/1,25$ m | Absolutwert des Gradienten<br>für $R = 0,18$<br>V/m |
|---------------------------|-------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| 3,54                      | 94                                                    | 17,0                                                |
| 6,30                      | 37                                                    | 6,7                                                 |
| 8,61                      | 36                                                    | 6,5                                                 |
| 8,80                      | 32                                                    | 5,8                                                 |
| 8,98                      | 30                                                    | 5,4                                                 |
| 8,97                      | 22                                                    | 4,0                                                 |
| 8,87                      | 30                                                    | 5,4                                                 |

Da für große Höhen die Ausgleichwirkung kaum gegen die natürliche Zerstreuung in Frage kommt, darf man 4 V/m wohl als guten Näherungswert des Gradienten in 9 km Höhe annehmen.

#### VII. Kritik des Einkollektormessverfahrens nach Everling.

Die Unsicherheit der bei Everlings Hochfahrt gefundenen Gradienten könnte sein Einkollektormessverfahren für exakte Messungen als unbrauchbar erscheinen lassen. Tatsächlich ist die erhaltene Ungenauigkeit nur auf unzureichende Versuchsbedingungen zurückzuführen. Die Hauptursache des teilweisen Mißerfolges der Hochfahrt ist die starke Zerstreuung durch die Ballonoberfläche, die damals in ihrer Bedeutung unbekannt war, oder doch unterschätzt wurde. Auf Grund des vorliegenden Versuchsmaterials läßt sich diese Fehlerquelle beheben durch Verwendung eines sehr starken Ausgleichers und — nach einem neuerlichen Vorschlage von Everling, der sich übrigens mit dem Linkeschen<sup>1)</sup> bei der Zweikollektormethode deckt — durch Anbringung des Ausgleichers an der Stelle, an der die

1) F. Linke, Luftelektr. Messungen bei 12 Ballonfahrten. Abhdt. d. Gött. Ges. d. Wiss. Math.-phys. Kl. III. 5. S. 22. 1904.

neutrale Niveaufläche bei natürlicher Ausgleichung ansetzt (Fig. 10). Damit wird der Zustand, der sich ohnehin durch die Eigenzerstreuung des Ballons herausbildet, eindeutig festgelegt.

Nachdem so die Brauchbarkeit des Everlingschen Verfahrens erwiesen ist, liegen die Vorteile für die praktische Verwendung im Luftfahrzeug auf der Hand. Was Vereinfachung der Apparatur im engen Korbe bedeutet, weiß jeder Freiballonfahrer zu würdigen, umsomehr, wenn er sich bei Hochfahrten des Atmungsgeräts bedient hat.

#### VIII. Zusammenfassung.

1. Die Feldgestaltung in der Umgebung eines Zeppelinluftschiffes, eines Flugzeuges, eines Fessel- und Freiballons wurde experimentell an Modellen im künstlichen, elektrostatischen Felde bestimmt. Die Modellmessungen wurden bei einer Freiballonfahrt nachgeprüft.

2. Der störende Einfluß geringer Luftströmungen auf die Feldgestaltung wurde auf geladene, in der Luft suspendierte Teilchen zurückgeführt.

3. Die natürliche Zerstreuung der Ballonoberfläche hat bei nicht sehr starken Ausgleichern großen Einfluß auf die Feldgestaltung. Dieses Ergebnis der Feldmessungen wurde im Freiballon bestätigt.

4. Die Feldverteilung um ein Modell hängt außer von seiner Gestalt nur von seinem Potential ab, gleichgültig auf welche Weise die Aufladung erfolgt ist. Vorausgesetzt ist hierbei, daß keine ionisierenden Ausgleicher verwandt werden.

5. Durch Ermittlung des Reduktionsfaktors für die Everlingschen Relativwerte des Spannungsabfalls ergaben sich angenähert die Absolutwerte des Gradienten für verschiedene Höhen bis 9 km. Das Gefälle beträgt in 9 km Höhe etwa 4 V/m.

6. Das Einkollektormeßverfahren nach Everling ist bei geeigneter Stärke und Anordnung des Ausgleichers für Messungen oder Registrierungen im Luftfahrzeug durchaus geeignet.

Die vorliegende Arbeit wurde von Mitte Sommersemester 1914 bis Ende Juli 1914 und von Mitte Januar 1919 bis Ende

April 1920 im Physikalischen Institut der Universität Halle angefertigt.

Den Herren Geh. Regierungsrat Prof. Dr. Mie und Prof. Dr. Schmidt bin ich für die freundliche Überlassung der Apparatur und der benötigten Hilfsmittel sowie für mannigfache Anregungen zu großem Danke verpflichtet. Ebenso bin ich den Herren Dr. Everling (Privatdozent an der Technischen Hochschule Berlin) und Prof. Dr. Herweg für wertvolle Ratschläge und Fingerzeige sehr verbunden.

Zum Schluß ist es mir ein besonderes Bedürfnis, Hrn. Prof. Dr. Wigand, der mir das Thema der Arbeit stellte und ihre Durchführung leitete, sowie mir die Teilnahme an der Freiballonsfahrt „Barbara“ ermöglichte, auch an dieser Stelle für die vielseitigen Anregungen und für die freundliche Unterstützung bei meiner Arbeit meinen herzlichsten Dank auszusprechen.

(Eingegangen 8. Juli 1920.)

**2. Über eine durch ein isotropes System von spiralförmigen Resonatoren erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen;  
von Karl F. Lindman.**

**Einleitung.**

Auf der Grundlage der Maxwell-Lorentz'schen Elektrodynamik ist es bekanntlich Drude<sup>1)</sup> gelungen, eine mathematische Theorie für das optische Drehungsvermögen der natürlich-aktiven Substanzen zu entwickeln, deren Folgerungen mit der Erfahrung übereinstimmen. Aus den von ihm aufgestellten Differentialgleichungen folgt, daß eine in eine planparallele aktive Schicht senkrecht einfallende Welle sich in zwei zirkulär polarisierte Wellen von verschiedener Fortpflanzungsgeschwindigkeit teilt, durch deren Superposition eine geradlinig polarisierte Welle wieder entsteht (vorausgesetzt, daß die Absorption vernachlässigt werden kann), deren Polarisationssebene sich innerhalb der aktiven Schicht um einen Winkel dreht, welcher der Schichtdicke proportional ist und für eine Schicht von der Dicke 1 angegeben wird durch den Ausdruck

$$(1) \quad \varphi = \sum \frac{k_h}{\lambda^2 - \lambda_h^2}.$$

Es bezeichnen hier  $\lambda$  die Wellenlänge des Lichtes im Vakuum,  $\lambda_h$  die den Eigenschwingungen einer gewissen Elektronengruppe entsprechende Wellenlänge und  $k_h$  eine von dieser Elektronengruppe und der betreffenden aktiven Substanz abhängige Konstante.<sup>2)</sup> Obwohl die Gültigkeit dieser Formel voraussetzt,

1) P. Drude, Physik des Äthers, S. 535. 1894; Lehrbuch der Optik, S. 368. 1900; Winkelmanns Handbuch d. Physik, VI. S. 1334. 1906.

2) Der Ausdruck (1) folgt aus zwei von Drude aufgestellten Formeln (den Formeln (6) und (19) in Drudes Lehrb. d. Optik, S. 371 und 374, 1900), wenn die in ihnen vorkommenden Schwingungszeiten  $t$  und  $t_h$  durch die entsprechenden Wellenlängen  $\lambda$  und  $\lambda_h$  ersetzt werden.

daß  $\lambda$  nicht allzunahe mit  $\lambda_h$  übereinstimmt, ist es ersichtlich, daß die Perioden derjenigen Lichtsorten, für welche  $q$  seine größten Werte hat, in der Nähe der Eigenschwingungsperioden der erwähnten Elektronengruppen liegen müssen, daß also die größten Drehungen in dem Absorptionsstreifen des Spektrums liegen müssen und daß  $q$  sein Vorzeichen im allgemeinen wechseln muß, wenn man die Mitte eines Absorptionsstreifens passiert (alle Elektronengruppen, welche Absorption verursachen, brauchen jedoch nicht zu der Rotation beizutragen). In solchen Gebieten, wo eine merkliche Absorption vorkommt, kann aber das aus der aktiven Schicht heraustretende Licht nur dann geradlinig polarisiert sein, wenn die beiden entgegengesetzt zirkularpolarisierten Wellenbewegungen, in welche die einfallende geradlinig polarisierte Welle zerfällt, gleich stark absorbiert werden; sonst muß die resultierende Welle elliptisch polarisiert sein, wobei, falls die Absorption nicht allzu groß ist, die größere Achse der Schwingungsellipse dieselbe Stellung hat wie die lineare Schwingungsbahn beim Nichtvorhandensein der Absorption.<sup>1)</sup> Je nach den Werten der Größen  $k_h$ , die von einem in den Grundgleichungen vorkommenden Faktor abhängig sind, kann die Drehung bei unveränderten Werten von  $\lambda$  und  $\lambda_h$  entweder in der einen oder der anderen Richtung erfolgen (rechts- bzw. linksdrehende Substanzen). Die Drehung wird dabei als *positiv* betrachtet, falls sie für ein gegen die Fortpflanzungsrichtung der Strahlen blickendes Auge in der der Uhrzeigerdrehung entgegengesetzten Richtung geschieht. Wenn die Wellenlängen  $\lambda_h$  klein gegen  $\lambda$  sind („ultraviolette Elektronen“), können sie vernachlässigt werden und man hat dann approximativ  $q = k'/\lambda^2$ , welche Formel mit dem empirischen Biotschen Gesetz identisch ist (die beobachteten Ab-

1) Eine Umwandlung geradlinig polarisierten Lichtes in elliptisch polarisiertes hat Cotton (Compt. rend. 120. S. 989 und 1044. 1895), beobachtet bei Lösungen von Kupfer- und Chromtartrat in Kalilauge. Die Elliptizität (das Verhältnis der kleineren Ellipsenachse zu der größeren) war am größten in dem Teil des Spektrums, wo die Absorption am größten war. In der Umgebung eines solchen Absorptionsstreifens war die Rotationsdispersion anomal, indem die Drehung entweder entgegengesetzte Vorzeichen an den beiden Seiten des Absorptionsstreifens oder einen hohen positiven Wert an der einen Seite und einen kleinen Wert mit demselben Vorzeichen an der anderen hatte.

weichungen von diesem Gesetz hat man in exakte Übereinstimmung mit dem vollständigen Ausdruck für  $q$  bringen können). Für Wellen von der Größenordnung der Hertz'schen Wellen kann nach demselben Gesetz keine merkbare (von optisch aktiven Substanzen erzeugte) Drehung der Polarisationssebene erwartet werden, welche Schlußfolgerung die Erfahrung auch bestätigt hat.<sup>1)</sup>

Die Drudesche Theorie der Rotationspolarisation geht von der Voraussetzung aus, daß die aktiven Substanzen eine dissymmetrische Konstitution und demnach keine optische Symmetrieebene haben (wenn sie eine Symmetrieebene hätten, würde nämlich, falls die Polarisationssebene des Lichtes damit zusammenfielen, keine Drehung der Polarisationssebene vorkommen können). Es ist für die Theorie gleichgültig, durch welche spezielle Anordnung der Moleküle (der Atome oder der Elektronen) oder durch welche Gesetze für die Molekularkräfte die Dissymmetrie erzeugt wird. Durch die Annahme, daß die speziellen optischen Eigenschaften der aktiven Substanzen ausschließlich durch eine Modifikation der Bewegungsgesetze der Elektronen bedingt sind, gewinnt Drude dann ein System von Differentialgleichungen, welche seine Theorie enthalten, und welche sich von den gewöhnlichen Bewegungsgleichungen der Elektronen nur dadurch unterscheiden, daß sie, außer der elektrischen Kraft selbst, die Differentialquotienten erster Ordnung von dieser Kraft nach den Raumkoordinaten enthalten. Obwohl die Theorie also im wesentlichen einen phänomenologischen Charakter hat, indem sie sich auf keine spezielle Vorstellung von der Ursache zu dem Auftreten der erwähnten Differentialquotienten in den Lichtbewegungsgleichungen stützt, erlaubt sie indessen, wenigstens in einem gewissen Grade, eine physikalische Interpretierung, wie auch schon Drude hervorgehoben hat. Die in den Differentialgleichungen vorkommenden Ausdrücke für die Kraftkomponenten stellen nämlich wirbelförmig verteilte Kräfte dar, und die Wirkung der resultierenden Kraft kann in der Tat, wie Drude gezeigt hat, durch die Annahme versinnlicht werden, daß die Bahnen, in welchen die Elektronen sich unter Ein-

1. A. Rigbi, Die Optik d. elektr. Schwingungen, S. 197. 1898.

wirkung der asymmetrischen Molekularstruktur bewegen, nicht kurze gerade Linien sind, sondern kurze, gleichsinnig gewundene Schraubenlinien oder Spiralen, deren Achsen in einem isotropen Medium regellos verschieden gerichtet sind. Falls nur Elektronen von einer einzigen Schwingungsperiode vorkommen, so nimmt der oben angegebene Ausdruck (1) folgende Form an:

$$(1a) \quad \varphi = \frac{k_0}{\lambda^2 - \lambda_0^2}$$

Da nun  $k_0$  für ein Medium, in dem die Elektronen sich in rechtsgewundenen Spiralen bewegen, negativ ist, so folgt hieraus, daß ein solches Medium die Polarisationssebene in negativer oder positiver Richtung (für ein gegen die Fortpflanzungsrichtung blickendes Auge) dreht, je nachdem  $\lambda$  größer oder kleiner als  $\lambda_0$  ist. Falls die Elektronen sich in linksgewundenen Spiralen bewegen, ist die Wirkung in den beiden Fällen die entgegengesetzte. Die Größe des von jedem Elektron herührenden Beitrages zu der Drehung hängt von dem Diameter und der Steighöhe seiner spiralförmigen Bahn ab (mit wachsender Steighöhe nähern sich die Schraubenlinien der geradlinigen Form und die Drehung dem Werte Null).

Obwohl die Drudesche Theorie demnach eine recht anschauliche Vorstellung von der Ursache zu der betreffenden optischen Erscheinung erlaubt, besitzt man kein Mittel zum Prüfen, inwieweit diese Vorstellung der Wirklichkeit entspricht (falls sie es überhaupt tut). Die Frage, auf welche Weise die Bahnen der Elektronen durch die Einwirkung der Molekularstruktur die Form von Schraubenlinien eventuell annehmen können, ist auch bis jetzt unbeantwortet geblieben und dürfte nicht leicht zu beantworten sein.<sup>1)</sup> Die Möglichkeit der betreffenden Hypothese von der Ursache zu der Rotationspolarisation bei natürlich-aktiven isotropen Medien kann indessen mit Hilfe der Hertzschen Wellen experimentell ge-

1) Das atomistische Bild, das Drude zur Versinnlichung seiner Theorie erdacht hat, finden einige Forscher so wenig annehmbar — speziell weil es keine Antwort auf die Frage gibt, warum die Drehung an das asymmetrische Kohlenatom geknüpft ist — daß sie später andere Theorien aufzustellen versucht haben (vgl. C. W. Oseen, Ann. d. Phys. 48. S. 1. 1915).



prüft werden. Aus einer großen Anzahl im Raume regellos verschieden gerichteter schraubenförmiger Resonatoren kann man nämlich ein künstliches dissymmetrisch-isotropes System herstellen, bei dem die durch elektromagnetische Wellen erzeugte elektrische Schwingungsbewegung der Resonatoren in spiralförmigen Bahnen erfolgt. *Daß in der Tat ein derartiges isotropes System von spiralförmigen Resonatoren die Polarisations-ebene der einfallenden elektromagnetischen Wellen auf eine Weise dreht, die nicht nur qualitativ, sondern (wenigstens in gewissem Grade) auch quantitativ mit den Forderungen der Drudeschen Theorie übereinstimmt*, wird hervorgehen aus den im folgenden beschriebenen Versuchen. Indem diese Versuche somit der genannten Theorie eine experimentelle Stütze geben, bilden sie zugleich ein *direktes elektromagnetisches Analogon zu der Photogyration bei natürlich-aktiven isotropen Medien*.

Die Versuche wurden im physikalischen Institut der Universität Helsingfors im Sommer 1914 ausgeführt. Obwohl ein Bericht über sie schon früher in schwedischer Sprache erschienen ist<sup>1)</sup>, habe ich geglaubt, daß sie auch einem größeren Publikum etwas von Interesse darbieten könnten.

#### Versuche.

1. Kupferdrähte von 9 cm Länge und 1,2 mm Dicke wurden so gebogen, daß sie die Form von Spiralen von 10 mm Durchmesser und etwa 7 mm Steighöhe erhielten (jede Spirale umfaßte demnach  $2\frac{1}{2}$  Windungen). Die so erhaltenen spiralförmigen Resonatoren wurden in Baumwolle derart eingebettet, daß jeder Resonator sich im Zentrum eines Baumwollballes befand. Diese Bälle wurden dann ganz ohne Ordnung in zylindrische Pappschachteln verschiedener Höhe und mit einem Bodendurchmesser von 26 cm gelegt. Auf diese Weise wurden verschiedene dreidimensionale Systeme von spiralförmigen Resonatoren erhalten, deren Achsen ganz regellos im Raume verschieden gerichtet waren, und zwar ein System  $M_1$  von 300 linksgewundenen Spiralen, ein zweites  $M_2$  von 200 ähnlichen Spiralen und ein drittes  $M_3$  von 200 rechtsgewundenen Spiralen.

1) Karl F. Lindman, Öfversigt af Finska Vetenskaps-Societetens Förhandlingar LVII. A. Nr. 3. 1914.

Die Verteilungsdichte der Resonatoren betrug etwa 21 Resonatoren pro cdm.

2. Nachdem ich verschiedene andere Versuchsanordnungen geprüft hatte, welche sich in der einen oder der anderen Beziehung als unbefriedigend erwiesen hatten, wurden die Messungen schließlich nach der in Fig. 1 schematisch dargestellten Anordnung ausgeführt. Das vom Oszillator *O* und seinem zylindrisch-parabolischen Reflektor ausgehende Strahlenbündel, das an der einen Seite von dem zylindrisch-parabolischen Strahlensammler des Standardindikators *J* und an der anderen Seite von dem Metallschirme *S* begrenzt wurde, ging durch das in dem festmontierten Metallrohr *U* befindliche Resonatorensystem *M* und trat dann durch die 20 cm weite kreisrunde Öffnung *A* in das 1 m lange, um seine geometrische

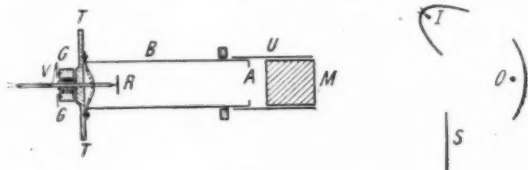


Fig. 1.

Achse drehbare zylindrische Metallrohr *B* ein, in dessen hinterem Teil der geradlinige mit einem Thermoelement versehene Meßresonator *R* angebracht war. Weil die Wirkung auf den Meßresonator *R* — wegen der zwischen den direkten und den an den Wänden des Rohres reflektierten Strahlen stattfindenden Interferenz — merkbar verändert wurde, falls *R* seine Stellung im Verhältnis zu den Wänden des Rohres *B* auch nur wenig veränderte, war es nötig *R* mit diesem Rohr fest zu verbinden, welches dadurch erreicht wurde, daß das Rohr auf die in der Figur angegebenen Weise an dem zu dem Stativ des Meßresonators gehörigen drehbaren Holzstab *T* befestigt wurde. Der Winkel zwischen dem Meßresonator *R* und dem stets vertikal gestellten stabförmigen Oszillator *O* wurde an der Gradscheibe *G* mit Hilfe des Zeigers *V* abgelesen. In Betreff der Konstruktion des Oszillators und der des Meßresonators und des Standardindikators, sowie der Messungs-

methode (gleichzeitige Ablesung zweier mit  $R$  bzw.  $J$  verbundener Galvanometer) mag auf eine frühere Arbeit<sup>1)</sup> verwiesen werden. Um negative Grade — wenigstens in den meisten Fällen — zu vermeiden, war die Gradscheibe  $G$  so gestellt, daß bei Parallelstellung von  $O$  und  $R$  der in diesem Falle aufwärts gerichtete Zeiger  $V$  die Gradzahl  $90^\circ$  anzeigte, wobei der Nullstrich sich an der linken Seite von dem Mittelpunkt der Scheibe befand. Bei jeder Stellung von  $R$  wurde die Intensität mehrmals gemessen, wobei das Mittel der erhaltenen (miteinander stets sehr nahe übereinstimmenden) Werte berechnet wurde. Der Oszillator  $O$  und der Meßresonator  $R$  waren in allen Fällen, wenn anders nicht gesagt wird, isochron.<sup>2)</sup>

1) Karl F. Lindman, Ann. d. Phys. 38. S. 523. 1912.

2) Beinahe alle die im folgenden beschriebenen Versuche hatte ich vorher mit Benutzung einer etwas abweichenden Versuchsanordnung ausgeführt, wobei ich für die Drehung der Polarisationssebene Werte erhielt, die mit den mittels der soeben beschriebenen Anordnung erhaltenen recht gut übereinstimmten, welche (zuerst erwähnte) Anordnung aber nicht erlaubte, die von dem Resonatorensystem ( $M$ ) ausgeübte Absorption und ihre Abhängigkeit von der Wellenlänge exakt zu bestimmen. Anstatt des Metallrohres  $U$  benutzte ich dabei einen großen (1 m hohen und 2 m breiten) mit einer kreisförmigen Öffnung (Durchmesser = 23 cm) versehenen Metallschirm, wobei das Resonatorensystem möglichst symmetrisch zwischen der Öffnung dieses Schirmes und der des Rohres  $B$  aufgestellt wurde. Der Meßresonator  $R$  war in diesem Falle mit einem an dem Stabe  $T$  befestigten parabolischen Strahlensammler versehen, mit dem das benachbarte Ende des Rohres  $B$  in jedem Punkte in gutem Kontakte stand (daher rührte die in Fig. 1 angedeutete Form dieses Rohrendes). Es zeigte sich, daß diese Versuchsanordnung einen zu großen Wert für das Verhältnis der Intensität der durch das Resonatorensystem  $M$  gegangenen Strahlenbündels zu der in Abwesenheit von  $M$  gemessenen Intensität ergab, indem die erstere bei den benutzten größeren Wellenlängen sogar größer als die letztere war. Diese scheinbare Verstärkung der durchgegangenen Intensität erklärt sich dadurch, daß in Abwesenheit von  $M$  die durch die Schirmöffnung gegangenen Strahlen zum Teil in verschiedenen Richtungen zerstreut wurden, wogegen das Resonatorensystem  $M$  sie durch eine der Totalreflexion etwas analogen Wirkung zusammenhielt. Die zwischen dem mittleren Teil des Empfängerspiegels und  $M$  stattfindenden mehrfachen Reflexionen hatten auch (wie eine Verschiebung von  $M$  zeigte) einen, obwohl unwesentlichen Einfluß auf die gemessene Intensität. Die betreffende Versuchsanordnung hatte schließlich auch den Übelstand, daß (wie sich durch Wellen-

3. Die Kurve I in Fig. 2 repräsentiert die in Abwesenheit eines absorbierenden Resonatorsystems ( $M$ ) gemessene direkte Strahlungsintensität als Funktion des an der Gradscheibe abgelesenen Winkels ( $\alpha$ ) in dem Falle, daß die halbe Wellenlänge  $\lambda/2$  (für  $O$  sowohl als  $R$ ),  $= 13$  cm war. Es geht aus der Gestalt dieser Kurve hervor, daß die vom Oszillator aus-

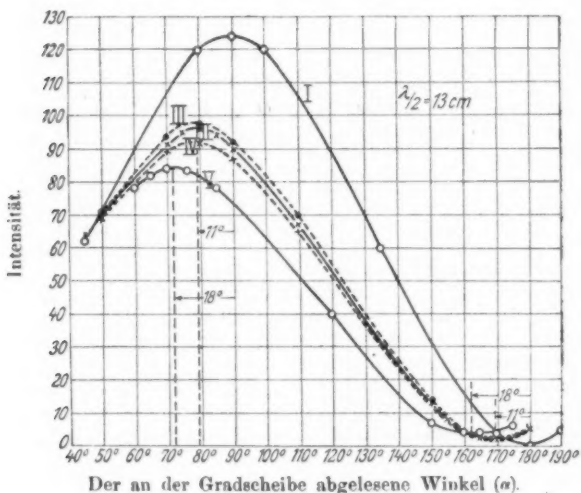


Fig. 2.

gehenden Wellen *vollständig geradlinig polarisiert waren*<sup>1)</sup> (das- selbe gilt für die übrigen angewandten Wellenlängen) und daß

längenmessungen feststellen ließ) die Eigenperiode des Meßresonators  $R$  etwas größer war, wenn  $R$  sich in dem *geschlossenen* Ende des Rohres  $B$  befand, als wenn er freistehend war. Wenn dagegen das Rohrende, wo  $R$  sich befand, offen war (wie in Fig. 1), so war eine derartige Wirkung des metallischen Rohres nicht merkbar. Bei Benutzung der in Fig. 1 angegebenen Versuchsanordnung veränderte sich auch nicht die Wirkung auf  $R$  merkbar, wenn  $M$  innerhalb des Rohres  $U$  verschoben wurde.

1) Eine solche „reine“ Wirkung, die sich darin zeigte, daß die ge- messene Intensität exakt  $= 0$  war, wenn  $O$  und  $R$  senkrecht zueinander standen, konnte ohne Polarisationsgitter dadurch erreicht werden, daß bei der Konstruktion des Oszillators oder des Meßresonators verschiedene Umstände beachtet wurden, deren Erörterung hier zu weit führen würde.

die mit dem geradlinigen Thermoresonator gemessene Strahlungsintensität dem Quadrate des Cosinus des Neigungswinkels zwischen  $O$  und  $R$  und also auch dem Quadrate der Amplitude der Wellenbewegung direkt proportional war (für  $\alpha = 90^\circ$  ist mit großer Genauigkeit die Intensität zweimal so groß wie für  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 135^\circ$ ).

Nach Einführung des von 300 linksgewundenen Spiralen bestehenden Resonatorensystem  $M_1$  in das Rohr  $U$  wurde zuerst bei Variation von  $\alpha$  die Kurve II erhalten. Nachdem  $M_1$  um seine eigene geometrische Achse  $180^\circ$  gedreht worden war, wurde die Kurve III erhalten und nach einer weiteren ebenso großen Drehung von  $M_1$  um eine gegen die vorige senkrechte Achse (das Strahlenbündel ging jetzt durch  $M_1$  in entgegengesetzter Richtung gegen vorher) die Kurve IV. Alle diese Kurven zeigen übereinstimmend eine Drehung der Polarisations-ebene von  $11^\circ$  an.<sup>1)</sup> Gleich wie die natürlich-aktiven Substanzen in ihrem Verhalten gegen die Lichtwellen (aber im Gegensatz zu den magnetisch-aktiven), hatte also das Resonatorensystem die Eigenschaft, die Polarisations-ebene der elektromagnetischen Wellen in derselben Richtung (im Verhältnis zu der Fortpflanzungsrichtung der Wellen) wie vorher zu drehen, wenn die Fortpflanzungsrichtung der Wellen zu der entgegengesetzten vertauscht wurde. Daß die Ordinaten der erwähnten Kurven für  $\alpha = 169^\circ$  einen von Null etwas, obwohl sehr wenig, abweichenden Wert haben, deutet darauf hin, daß die durch  $M_1$  gegangenen Wellen nicht vollständig geradlinig, sondern in geringem Grade elliptisch polarisiert waren. Da die maximalen Ordinaten dieser Kurven II—IV (für  $\alpha = 79^\circ$ ) allerdings sehr nahe aber doch nicht vollständig miteinander übereinstimmten, schien es zweckmäßig, das Resonatorensystem bei den folgenden Versuchen mit verschiedenen großen Wellenlängen stets auf dieselbe Weise orientiert zu haben, weshalb es dann immer so angeordnet wurde, wie bei der Aufnahme der Kurve II in

1) In der Umgebung des Minimums ( $\alpha = 169^\circ$ ) decken sich die Kurven II—IV vollständig, so daß es nicht möglich gewesen ist, die fixen Punkte der einzelnen Kurven an dieser Stelle in Fig. 2 auszu-setzen. Um die Lage des Minimums festzustellen, war es nötig die betreffenden Teile dieser Kurven nach einer erheblich größeren Höhen-skala wie der in Fig. 2 benutzten aufzuzeichnen.

Fig. 2. Im Zusammenhang hiermit mag erwähnt werden, daß ein aus nur 100 Resonatoren bestehendes Resonatorensystem bei verschiedenen Orientierungen die Polarisationssebene etwas verschieden drehte (jedoch stets in derselben Richtung), welches offenbar darauf beruhte, daß die Anzahl der Resonatoren dann nicht groß genug waren (Resonatoren von einer gewissen Richtung waren in einer überwiegenden Mehrzahl vorhanden). Auch die früher erwähnten aus 200 Elementen bestehenden Resonatorensysteme  $M_2$  und  $M_3$  erhielten erst nach wiederholtem Mischen der Resonatoren einen ganz isotropen Charakter.

Daß die von den linksgewundenen schraubenförmigen Resonatoren erzeugte Drehung in positiver Richtung erfolgte, steht in Übereinstimmung mit der in der Einleitung erwähnten Drudeschen Theorie, vorausgesetzt, daß — wie auch bestätigt werden konnte — die Länge der einfallenden Wellen ( $\lambda = 26$  cm) größer als die Einwellenlänge ( $\lambda_0$ ) der Resonatoren war.

4. Die Kurve V in Fig. 1 wurde mit einem System von im ganzen 500 linksgewundenen Resonatoren erhalten (das von 200 linksgewundenen Spiralen bestehende System  $M_2$  war dabei unmittelbar hinter dem vorher benutzten System  $M_1$  angebracht). Der Drehungswinkel war in diesem Falle, wie aus der Kurve V hervorgeht,  $= +18^\circ$ . Als die Dicke der „aktiven Schicht“ im Verhältnis  $3:5 = 1:1,67$  vermehrt wurde, vergrößerte sich demnach der Drehungswinkel im Verhältnis  $11:18^\circ = 1:64$ , d. h. (innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler) in demselben Verhältnis wie die Schichtdicke. *Die von dem Resonatorensystem erzeugte Drehung der Polarisationssebene war also mit der Dicke der von den Wellen durchstrahlten Schicht oder mit der Anzahl der im Wege der Wellen befindlichen Resonatoren direkt proportional.* Es stimmt diese Folgerung mit dem entsprechenden von Biot aufgestellten optischen Gesetze vollständig überein.

5. Die in Fig. 3 gezeichneten Kurven wurden durch Versuche mit *verschieden großen Wellenlängen* und dem Resonatorensystem  $M_1$  erhalten. Zum besseren Vergleich sind alle Ordinaten auf Prozente der direkten (in Abwesenheit von  $M_1$  gemessenen) Strahlungsintensität reduziert worden. Die Kurve II ist mit der gleich benannten Kurve in Fig. 2 identisch. Wenn man diese Kurve mit der Kurve III (in Fig. 3) vergleicht, so

findet man, daß die Drehung der Polarisationssebene sich nur sehr wenig vergrößerte, als die halbe Wellenlänge ( $\lambda/2$ ) von 13 cm zu 11,4 cm abnahm. Die Ellipzität (das Verhältnis der kleinsten Ordinate zu der größten oder eigentlich die Quadratwurzel daraus) vergrößerte sich dagegen dabei merkbar. Noch bedeutend größer war die Abweichung von dem linearen Polarisationszustand bei einer halben Wellenlänge  $\lambda/2 = 10$  cm (die Kurve IV). In diesem Falle hatte sich indessen der Winkel zwischen der größeren Achse der Ellipse (der Richtung der maximalen Intensität) und dem elektrischen Vektor der

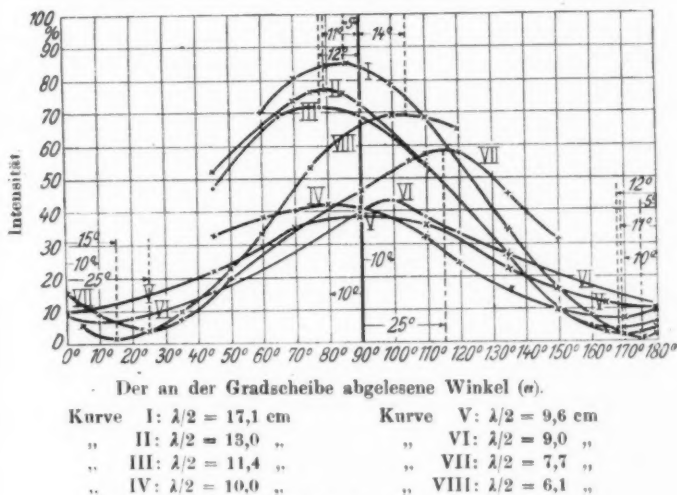


Fig. 3.

einfallenden linear polarisierten Wellen zu etwa  $10^\circ$  verkleinert. Daß man in diesen und den übrigen hier betrachteten Fällen, in welchen eine Abweichung von der geradlinigen Polarisation vorkam, wirklich mit elliptisch polarisierten Wellen zu tun hatte, wird durch später beschriebene Versuche bestätigt. Die Kurve V zeigt, daß bei einer halben Wellenlänge  $\lambda/2 = 9,6$  cm die Bahn der Schwingungsbewegung der aus  $M_1$  heraustretenden Wellen die Form einer aufrechtstehenden Ellipse hatte, deren größere Achse zu dem elektrischen Vektor der einfallenden

den Wellen parallel war und bei der das Verhältnis zwischen der kleineren und der größeren Achse (die Quadratwurzel aus dem Verhältnis zwischen der kleinsten und der größten Ordinate) noch größer als bei der zuletzt erwähnten Ellipse war.

Bei weiterer Verkleinerung der Wellenlänge hatte, wie aus den folgenden Kurven VI—VIII hervorgeht, der Drehungswinkel wieder einen von Null abweichenden Wert aber *entgegengesetztes Vorzeichen gegen vorher*. Zugleich nahm die Elliptizität der Schwingungsbahn ab, so daß die resultierenden Schwingungen schon bei  $\lambda/2 = 7,7$  cm als fast geradlinig betrachtet werden konnten. Der Drehungswinkel, der (seinem absoluten Werte nach) zuerst schnell wuchs, so daß er für  $\lambda/2 = 7,7$  cm  $25^\circ$  war (für  $\lambda/2 = 9$  cm dagegen etwa  $10^\circ$ ), nahm später kontinuierlich ab, wenn die Wellenlänge weiter verkleinert wurde (für  $\lambda/2 = 6,1$  cm war er nach der Kurve VIII etwa  $15^\circ$ ). Bei Vergrößerung der Wellenlänge über die zuerst betrachtete Größe ( $\lambda/2 = 13$  cm), nahm der Drehungswinkel ebenso ab, so daß er für  $\lambda/2 = 17,1$  cm (Kurve I) etwa  $5^\circ$  betrug.

6. Sowohl der soeben erwähnte Vorzeichenwechsel der Rotation wie auch die elliptische Form der Schwingungsbahn beim Passieren des Punktes, wo der Zeichenwechsel vorkam, steht, wie aus der Einleitung hervorgeht, in Übereinstimmung mit den Forderungen der Theorie und den entsprechenden optischen Versuchen, vorausgesetzt, daß die Wellenlänge, bei der die Drehung ihr Vorzeichen wechselte, mit der Wellenlänge der Eigenschwingungen des Resonatorensystems  $M_1$  übereinstimmte. Die halbe Wellenlänge der Eigenschwingungen eines etwa 10 cm langen geradlinigen wie auch ringförmigen dünnen Metalldrahtes ist bekanntlich nur wenig (höchstens einige Millimeter) größer als die geometrische Länge des Leiters. Bei den 9 cm langen schraubenförmigen Resonatoren, mit denen diese Versuche ausgeführt wurden und bei welchen die Steighöhe der Schraubenlinie (= 7 mm) verhältnismäßig groß war, kann (wegen der größeren Selbstinduktion) die Eigenwellenlänge ein wenig, aber auch nicht viel größer sein, als wenn diese Resonatoren geradlinig wären. Die Kurven in Fig. 3 zeigen auch, daß die von den Resonatoren ausgeübte Absorption (es soll diese später näher untersucht werden) ihr Maximum in der



Nähe von  $\lambda/2 = 9,6$  cm hat. Es scheint demnach plausibel, daß die Wellenlänge  $2 \times 9,6$  cm, bei der die Drehung ihr Vorzeichen wechselte, mit der Eigenwellenlänge ( $\lambda_0$ ) der spiralförmigen Resonatoren übereinstimmte.

Um diese Folgerung weiter zu prüfen, versuchte ich experimentell zu ermitteln, in welchem Grade sich die Eigenperiode eines Resonators vergrößerte, wenn einem ursprünglich geradlinigen Resonator die Form einer Spirale gegeben wurde. In die eine der beiden zylindrischen Hüllen, zwischen denen das Thermoelement des Meßresonators eingeschaltet war,

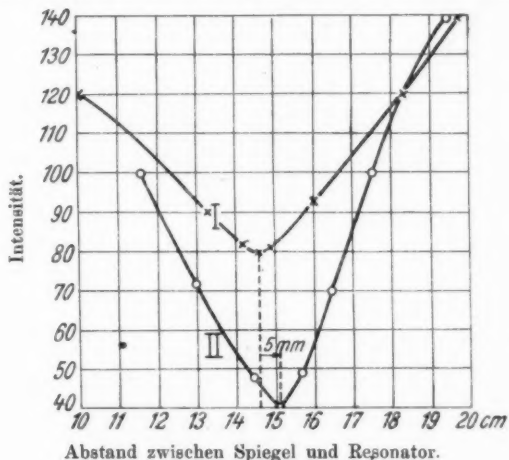


Fig. 4.

wurde ein 1,2 mm dicker Kupferdraht eingeführt, dessen außerhalb der Hülle befindlicher Teil 9,5 cm lang war (in die andere Hülle wurde kein Zusatz eingeführt). Nachdem der Oszillator (O) zu angenäherter Resonanz mit dem so erhaltenen 13,5 cm langen geradlinigen Resonator abgestimmt worden war, konnte die Eigenwellenlänge dieses Resonators ohne Schwierigkeit bestimmt werden. Wenn die von O ausgehenden Wellen auf einen großen ebenen Kupferspiegel senkrecht fielen, wurde durch Variieren des Abstandes zwischen dem Spiegel und dem zu ihm parallelen Resonator die Kurve I in Fig. 4 erhalten, deren tiefster Punkt zeigt, daß die halbe Eigen-

wellenlänge des geradlinigen Resonators = 14,6 cm war. Der ebenerwähnte 9,5 cm lange Kupferdraht wurde dann — mit Ausnahme des etwa 0,5 cm langen Teiles von ihm, der sich in unmittelbarer Nähe von der Hülse befand — zu einer ähnlichen Spirale gebogen (mit demselben Durchmesser und derselben Steighöhe) wie die früher benutzten. Mit dem so veränderten Meßresonator erhielt ich auf die obenerwähnte Weise die Kurve II in Fig. 4. Man findet, daß der Einfluß der Schraubenform auf die Wellenlänge in einer Vergrößerung der halben Eigenwellenlänge des Resonators um 5 mm bestand. Nach einer von Abraham<sup>1)</sup> theoretisch abgeleiteten Formel ist die halbe Eigenwellenlänge eines 9 cm langen und 1,2 mm dicken geradlinigen Leiters = 9,1 cm. Wenn der durch die Spiralforn bedingte Zusatz von 5 mm hinzugefügt wird, so ergibt sich für die halbe Eigenwellenlänge  $\lambda_0/2$  der früher benutzten spiralförmigen Resonatoren der Wert 9,6 cm.

Die Kurven IV—VII in Fig. 3 zeigen, daß sich die Drehung der Polarisationssebene<sup>2)</sup> außerordentlich schnell veränderte, wenn die Länge der Wellen den Wert  $\lambda_0 = 2 \times 9,6$  cm passierte. Eine Veränderung der Länge des Meßresonators um etwa 1 mm genügte dann in der Tat, um den Wert des Rotationswinkels merkbar zu verändern, welches zeigt, daß die Eigenschwungsperiode des absorbierenden Resonatorsystems ziemlich scharf ausgeprägt war. Daß das Minimum der Kurve II in Fig. 4 erheblich schärfer ausgebildet ist als das der Kurve I in derselben Figur beweist auch, daß die Eigenschwingungen eines spiralförmigen Resonators bedeutend weniger gedämpft sind als die eines geradlinigen Resonators, welches offenbar auf der größeren Selbstinduktion jenes Resonators beruht.<sup>3)</sup>

7. Da die Eigenwellenlänge des Resonatorsystems ( $\lambda_0 = 2 \times 9,6$  cm) jetzt bekannt ist, können wir untersuchen, inwieweit die für verschiedene Wellenlängen experimentell gefundenen Werte des Rotationswinkels mit der theoretisch

1) M. Abraham, Wied. Ann. 66. S. 435. 1898.

2) Auch wenn die Wellen elliptisch polarisiert sind, kann man von einer Drehung der Polarisationssebene reden, falls man darunter die Polarisationssebene der zur großen Achse der Schwingungsellipse parallelen Komponente versteht.

aufgestellten Formel (1a) in der Einleitung übereinstimmt, wobei jedoch zu beachten ist, daß, wie schon früher erwähnt wurde, diese Formel unter der Voraussetzung abgeleitet worden ist, daß die Periode der einfallenden Wellen mit der Eigenperiode der Resonatoren (der Elektronen) nicht allzu nahe übereinstimmt, in welchem Falle von der durch die Absorption erzeugten Elliptizität der Schwingungsbahn abgesehen werden kann, indem — falls eine Elliptizität überhaupt merkbar ist — die größere Achse der Ellipse dann dieselbe Stellung hat wie die lineare Schwingungsbahn in Abwesenheit von Absorption. Zum Ausgangspunkt für die Berechnungen können wir am besten den mit großer Genauigkeit bestimmten Drehungswinkel von  $11^\circ$  wählen, welcher für  $\lambda/2 = 13$  cm erhalten wurde. Mit Benutzung des Wertes  $\lambda_0 = 2 \times 13,6$  lassen sich dann mit Hilfe der Formel (1a) die Drehungswinkel ( $\varphi$ ) leicht berechnen, welche den übrigen in Frage kommenden Wellenlängen entsprechen. In der folgenden Tabelle sind die auf diese Weise berechneten Werte des Drehungswinkels mit den (mit Hilfe der Kurven in Fig. 3) experimentell gefundenen zusammengestellt. Obwohl der Fall  $\lambda/2 = 9,6$  cm  $= \lambda_0/2$  und die benachbarten Fälle wegen des eben Gesagten schon a priori hätten ausgeschlossen werden können, sind sie jedoch des Vergleiches halber in die Tabelle auch eingetragen worden. Die Bedeutung des Vorzeichens der Rotation ist schon in der Einleitung festgestellt worden.

| Halbe Wellenlänge<br>$\lambda/2$ | Die von $M_1$ erzeugte Drehung. |                   |
|----------------------------------|---------------------------------|-------------------|
|                                  | Beob. Wert                      | Ber. Wert         |
| 17,1 cm                          | + $5^\circ$                     | + $4,2^\circ$     |
| 13,0 "                           | + $11^\circ$                    | —                 |
| 11,4 "                           | + $12^\circ$                    | (+ $22,8^\circ$ ) |
| 10,0 "                           | + $10^\circ$                    | (+ $108^\circ$ )  |
| 9,6 " = $\lambda_0/2$            | 0°                              | ( $\pm \infty$ )  |
| 9,0 "                            | — $10^\circ$                    | (— $75^\circ$ )   |
| 7,7 "                            | — $25^\circ$                    | — $25,7^\circ$    |
| 6,1 "                            | — $14^\circ$ & — $15^\circ$     | — $15,4^\circ$    |

Es geht aus dieser Tabelle hervor, daß für  $\lambda/2 \geq 13$  cm und für  $\lambda/2 \leq 7,7$  cm die beobachteten Werte des Drehungswinkels sogar genauer als erwartet werden konnte mit den nach der Formel (1a) berechneten Werten übereinstimmt. Durch diese

Übereinstimmung wird diese Formel zugleich direkt bestätigt. Daß eine so gute Übereinstimmung zwischen den berechneten und den beobachteten Werten überhaupt erreicht werden konnte beruht wesentlich darauf, daß die schraubenförmigen Elemente der aktiven Schicht, wie oben nachgewiesen wurde, eine scharf ausgeprägte Eigenperiode hatten, infolge dessen die entsprechende Wellenlänge  $\lambda_0$  durch Untersuchung der Stellung der Schwingungsellipse mit großer Genauigkeit bestimmt werden konnte.

Man erhält ein anschauliches Bild von der Veränderung der Schwingungsbahn und der Rotation, die beim Passieren der Eigenwellenlänge des Resonatorsystems  $M_1$  stattfand,

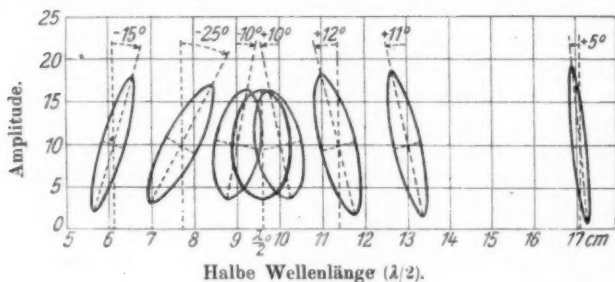


Fig. 5.

wenn man, wie in Fig. 5 gezeigt wird, die resultierenden Schwingungsbahnen um diejenigen Punkte einer wagerechten Achse zeichnet, welche die entsprechenden halben Wellenlängen repräsentieren. Die Amplituden der Schwingungsbewegung in den Richtungen der Hauptachsen der Ellipsen sind in dieser Figur in jedem Falle durch Ausziehen der Quadratwurzel aus den entsprechenden in Fig. 3 graphisch dargestellten größten und kleinsten Werten der Intensität erhalten worden. Weil die Werte, welche für das Verhältnis zwischen der kleinen und großen Achse der Ellipsen, wie später erklärt werden soll, eher zu groß als zu klein sind, können wir in den äußersten in Fig. 5 angegebenen Fällen die Polarisation als fast geradlinig ansehen.

8. Bei Untersuchung der von dem Resonatorsystem  $M_1$  ausgeübten *Absorption* und ihre Abhängigkeit von der Wellen-

länge ist zu beachten, daß, wenn die Wellen elliptisch polarisiert sind, ihre Intensität gleich der Summe der in den Richtungen der beiden Hauptachsen gemessenen Intensitäten ist, d. h. in jedem Falle gleich der Summe der größten und kleinsten Ordinate der entsprechenden Kurve in Fig. 3. Weil die Ordinaten in dieser Figur die Intensität des durch  $M_1$  gegangenen Strahlenbündels in Prozenten der Intensität des direkten, ungeschwächten Strahlungsbündels angeben, erhält man die einem gewissen Werte von  $\lambda/2$  entsprechende Absorption, wenn man die erwähnte Ordinatensumme von der Zahl 100 subtrahiert. Man erhält dann die in Fig. 6 dargestellte Absorptionskurve.

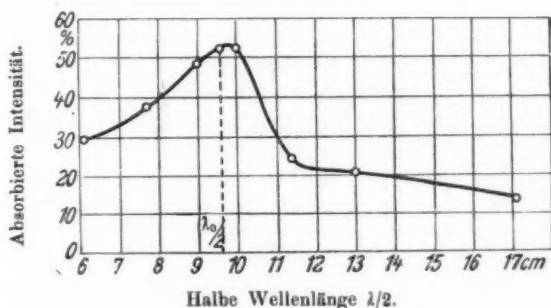


Fig. 6.

Das ziemlich scharf ausgebildete Maximum dieser Kurve zeigt eine sehr deutliche, durch eine ausgeprägte Eigenperiode des absorbierenden Systems bedingte -selektive Absorption an. Das die Lage des Maximums der Absorption der Eigenwellenlänge den absorbierenden Resonatoren ( $\lambda_0/2 = 9,6$  cm) nicht vollständig entspricht, indem dieses Maximum etwas nach der Seite der größeren Wellenlängen hin verschoben ist, scheint als eine Wirkung der Anhäufung der Resonatoren gedeutet werden zu können. Nach der Planckschen elektromagnetischen Dispersionstheorie<sup>1)</sup> muß nämlich eine solche Verschiebung des Absorptionsmaximums in stark absorbierenden Substanzen stattfinden, welche aus einer großen Anzahl regellos verschieden

1) M. Planck, Berl. Ber. S. 474. 1892 und S. 480. 1903.

gerichteter elektromagnetischer Resonatoren mit einer einzigen ausgeprägten Eigenperiode zusammengesetzt gedacht werden können. Die Extinktionskurven für Medien von diesem Typus charakterisiert Planck folgendermaßen: „sie enthalten einen breiten Streifen metallischer Absorption, dessen Maximum aber nicht mit der Wellenlänge der Eigenperiode eines einzelnen Resonators zusammenfällt, sondern gegen diese mehr oder weniger beträchtlich nach den längeren Wellen hin verschoben erscheint. Der Abfall der Extinktionskurve vom Maximum nach der Seite der längeren Wellen hin ist immer steiler als nach der entgegengesetzten Seite.“ Es stimmt dies mit der Gestalt der Absorptionskurve in Fig. 6 vollständig überein. Da auch die Voraussetzungen der Planckschen Theorie (ausgeprägte Eigenperioden der Resonatoren und ein gegen die Dimensionen der Resonatoren großer aber im Verhältnis zu der Länge der in dem Medium fortschreitenden Wellen kleiner gegenseitiger Abstand zwischen den einzelnen Resonatoren), wenn auch nicht vollständig, jedoch annähernd bei den obigen Versuchen erfüllt waren, scheint mir die eben erwähnte Verschiebung des Absorptionsmaximums als eine direkte, mit elektromagnetischen Wellen erhaltene Bestätigung der betreffenden Planckschen Schlußfolgerung aufgefaßt werden zu können.

Von dieser Verschiebung des Maximums der Absorptionskurve abgesehen, befindet sich der Punkt  $\lambda_0/2 = 9,6$  cm in Fig. 6 annähernd im Zentrum des für das Resonatorensystem  $M_1$  charakterischen „Absorptionsstreifens“, der durch die Erhebung der Absorptionskurve in der Umgebung dieses Punktes dargestellt wird. Anstatt, wie bisher, zu sagen, daß die Rotation ihr Vorzeichen für  $\lambda = \lambda_0$  wechselt, können wir demnach auch sagen, daß dieser Zeichenwechsel dann stattfindet, wenn man bei Veränderung der Wellenlänge das Zentrum des Absorptionsstreifens passiert. Auf diese Weise ausgedrückt, stimmt dieses Ergebnis mit dem entsprechenden experimentell gefundenen optischen Gesetze (siehe Einleitung) vollständig überein.

Daß bei natürlich-aktiven Medien auch solche Absorptionsstreifen vorkommen können, die in keinem Zusammenhang mit dem optischen Drehungsvermögen dieser Medien stehen, erklärt man bekanntlich durch die Annahme, daß außer denjenigen Elektronengruppen, welche eine Drehung der Polari-

sationsebene verursachen (den aktiven Elektronen), auch andere Elektronengruppen vorkommen können, welche eine selektive Absorption ohne gleichzeitige Photogyration erzeugen. Ein elektromagnetisches Analogon zu einem solchen Medium würde man in einem Resonatorsystem erhalten, das teils von schraubenförmigen, teils von symmetrischen (z. B. geradlinigen oder ringförmigen) Elementen zusammengesetzt wäre.

9. Die Kurve I in Fig. 7 wurde durch Versuche mit dem aus 200 *rechtsgewundenen* Spiralen bestehenden Resonatorsystem  $M_3$  erhalten, wenn die Wellenlänge = 11,4 cm war.

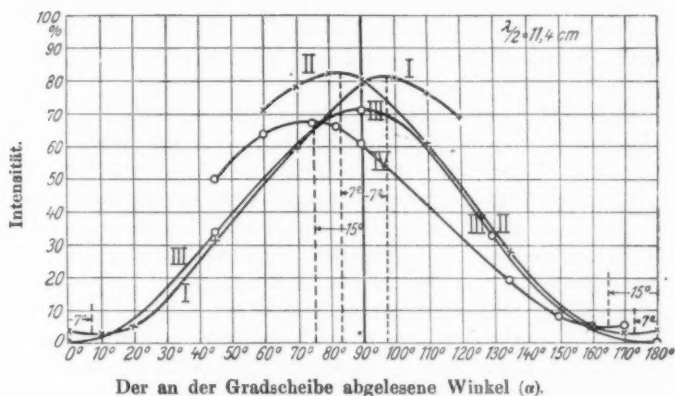


Fig. 7.

(Die Ordinaten sämtlicher Kurven in dieser Figur sind wieder in Prozenten der Intensität der freien Strahlung ausgedrückt.) Das aus gleich vielen *linksgewundenen* Spiralen bestehende System  $M_2$  ergab dagegen die Kurve II. Diese beiden Kurven sind, wie aus der Figur hervorgeht, fast ganz symmetrisch mit Bezug auf die durch den Gradstrich  $90^\circ$  gezogene Ordinate, d. h. die von den beiden Resonatorsystemen erzeugten Rotationen waren *gleich groß aber von entgegengesetzten Vorzeichen* ( $-7^\circ$  bzw.  $+7^\circ$ ). Die Abweichungen von dem linearen Polarisationszustand waren auch, wie ein Vergleich der Ordinaten der Minimipunkte der beiden Kurven ergibt, in den beiden Fällen gleich groß. Wenn man diese Abweichungen, wie wir

oben vorausgesetzt haben, wirklich auf einer *elliptischen Polarisierung* der aus den Resonatorensystemen heraustretenden Wellen und nicht etwa auf einer durch diffuse Reflexion erzeugten Depolarisierung (Mischung von polarisierter und unpolarisierter Strahlung) beruhen, müssen diese Abweichungen einander aufheben, wenn die Wellen durch die beiden Resonatorensysteme gehen, nachdem diese unmittelbar hintereinander gestellt worden sind. Daß dies wirklich der Fall war, geht aus der Kurve III in Fig. 7 hervor, die eine vollständig geradlinige Polarisation der durch die in Serie geordneten Systeme  $M_3$  und  $M_2$  gegangenen Wellen zeigt. Daß die Ordinaten dieser Kurve für  $\alpha = 45^\circ$  und  $\alpha = 135^\circ$  gleich groß sind, beweist auch, daß die von den beiden Systemen erzeugten Rotationen einander kompensierten, so daß die Bahn der resultierenden elektrischen Schwingungsbewegung zu dem elektrischen Vektor der einfallenden Wellen parallel war. Daß die beiden eben erwähnten Ordinaten (für  $\alpha = 45^\circ$  und  $135^\circ$ ) ein wenig kleiner sind als die halbe maximale Ordinate derselben Kurve, scheint darauf hinzudeuten, daß die von den beiden elliptisch polarisierten Komponenten zusammengesetzte resultierende Schwingungsbewegung von der einfachen harmonischen Bewegung (der sogenannten Sinusschwingungen) ein wenig abwich.

Die Kurve IV in Fig. 7 wurde durch Versuche mit einem System von 200 + 200 linksgewundenen Spiralen erhalten, das aus dem System  $M_2$  und einem neuen aus 200 Elementen des Systems  $M_1$  bestehenden System  $M_2'$  zusammengesetzt war. In Übereinstimmung mit einem schon oben festgestellten Gesetze ergibt sich aus dieser Kurve, daß der Drehungswinkel sich verdoppelte, wenn die Dicke der aktiven Schicht (bzw. die Anzahl der aktiven Resonatoren) verdoppelt wurde. Zugleich nahm auch das Verhältnis der kleineren Achse der Schwingungsellipse zu der großen Achse merklich zu. Die Absorption, die bei dem einfachen System  $M_2$  (Kurve II)  $100 - (82 + 3) = 15$  Proz. war, betrug jetzt nach der Kurve IV  $100 - (67 + 5) = 28$  Proz. Die oben erwähnte aus 200 linksgewundenen und 200 rechtsgewundenen Spiralen bestehende System ( $M_2 + M_2'$ ) absorbierte nach der Kurve III  $100 - 71 = 29$  Proz. oder ebensoviel wie das zuletzt erwähnte System. Von den 85 Proz. der direkten Strahlungsintensität, die das System  $M_2$  durchließ,



ließ das System  $M_2'$  wieder  $\frac{72}{85}$  oder 85 Proz. In Übereinstimmung mit den gewöhnlichen Absorptionsgesetzen *nähm also die Absorption nach einer geometrischen Reihe zu, wenn die Dicke der absorbierenden Schicht durch eine arithmetische Reihe vergrößert wurde.*

Durch eine allmähliche Vergrößerung der Schichtdicke versuchte ich zu ermitteln, ob nicht die Absorption von einer durch mehrfache innere Reflexionen erzeugte Interferenz beeinflußt wurde. Die dabei erhaltene Kurve, welche die Absorption als Funktion der Schichtdicke für  $\lambda/2 = 11,4$  cm darstellte, zeigte zwar einige kleine Höhenvariationen; diese waren jedoch so gering und so wenig regelmäßig, daß sie beinahe innerhalb der Grenzen der Beobachtungsfehler fielen. Dieses negative Ergebnis läßt sich vielleicht dadurch erklären, daß die Absorption für Wellen von der Länge  $2 \times 11,4$  verhältnismäßig groß war. Es scheint deshalb nicht ausgeschlossen, daß man durch Wiederholung dieses Versuches mit Wellen von geeigneterer Länge eine Interferenz der erwähnten Art würde nachweisen können.

10. Wenn die halbe Wellenlänge  $= 9,6$  cm oder also  $= \lambda_0/2$  war, fielen, wie dann auch zu erwarten war, die beiden Kurven, welche den Kurven I und II in Fig. 7 entsprachen, miteinander zusammen. Die Kurve, welche die resultierende Wirkung der beiden „entgegengesetzten“ Resonatorenssysteme ( $M_2$  und  $M_3$ ) darstellte, zeigte wieder — ähnlich wie die Kurve III in Fig. 7 — eine geradlinige Polarisation ohne Drehung (die beiden in entgegengesetzten Richtungen durchlaufenen Schwingungsellipsen, die in dem in Fig. 7 angegebenen Falle bei ihrer Superposition einander schnitten, waren jetzt aufrecht stehend und kongruent). Wenn dagegen die beiden Resonatorenssysteme aus gleich gewundenen Spiralen ( $M_2$  und  $M_2'$ ) zusammengesetzt waren, zeigte sich ihre resultierende Wirkung bei der betreffenden Wellenlänge, außer in einer größeren Absorption, in einem Zuwachs des Verhältnisses zwischen der wagerechten und der vertikalen Achse der resultierenden und immer noch aufrecht stehenden Schwingungsellipse.

11. Ein Resonatorenssystem, das aus gleich vielen miteinander gleichförmig gemischten rechts- und linksgewundener Spiralen bestand, ließ die Polarisationssebene der durchgehenden

Wellen unverändert und wirkte demnach nur schwächend auf die Wellen ein. Ein auf diese Weise zusammengesetztes Resonatorensystem ist folglich ein elektromagnetisches Analogon zu den sogenannten „Razemkörpern“, welche, obwohl sie selbst optisch inaktiv sind, Verbindungen oder Mischungen gleicher Mengen aktiver „Antipoden“ sind und durch besondere Mittel in diese Bestandteile zerlegt werden können.

12. Bei allen bisher beschriebenen Versuchen waren, wie oben erwähnt wurde, der Oszillator  $O$  und der Meßresonator  $R$  wenigstens annähernd isochron. Falls dies nicht der Fall war, richtete sich die Rotation, wie dann auch erwartet werden konnte, nach der *Eigenperiode des Meßresonators*, die erheblich schärfer ausgeprägt war als die des Oszillators. Die unendlich vielen Komponenten von verschiedener Wellenlänge, aus denen die stark gedämpften primären Wellen zusammengesetzt gedacht werden können, erfuhren demnach verschieden große und zum Teil auch verschieden gerichtete Drehungen ihrer Polarisationssebene beim Durchgang der Wellen durch das aktive Resonatorensystem. Die Absorption schien jedoch in gewissem Grade vom Oszillator abhängig zu sein, denn wenn die Periode des Oszillators in nähere Übereinstimmung mit der Eigenperiode des Resonatorensystems gebracht wurde, so vergrößerte sich die Absorption. Weil der Meßresonator demnach — in Übereinstimmung mit einer von mir schon früher<sup>1)</sup> aus anderen Ursachen ausgesprochenen Ansicht — auch auf andere Teile des Energiesystems des Oszillators als auf den seiner eigenen „Hauptschwingung“ entsprechenden Teil etwas reagierte, schien es möglich, daß die eben erwähnte Rotationsdispersion eine, wenn auch geringe scheinbare Vergrößerung des Verhältnisses der kleineren Achse der Schwingungsellipse zur größeren herbeiführte.

#### Zusammenfassung.

Durch die oben beschriebenen Versuche ist eine durch ein isotropes System von spiralförmigen Resonatoren erzeugte Rotationspolarisation der elektromagnetischen Wellen nachgewiesen worden, welche mit den Forderungen der von Drude ent-

1) K. F. Lindman, Ann. d. Phys. 38. S. 554. 1912.

wickelten elektromagnetischen Theorie der Photogyration übereinstimmt. In erster Linie haben sich die folgenden Gesetze feststellen lassen:

1. Ein aus gleichen linksgewundenen und regellos verschieden gerichteten Resonatoren bestehendes dreidimensionales Gitter dreht die Polarisationssebene der durchgehenden elektromagnetischen Wellen nach links oder nach rechts (für ein der Fortpflanzungsrichtung der Wellen entgegengesetztes Auge), je nach dem die Länge ( $\lambda$ ) der Wellen größer oder kleiner als die den Eigenschwingungen der Resonatoren entsprechende Wellenlänge ( $\lambda_0$ ) ist. Ein aus rechtsgewundenen Resonatoren bestehendes System verhält sich in dieser Beziehung umgekehrt.

2. Wenn  $\lambda$  sich von  $\lambda_0$  nur wenig unterscheidet oder gleich  $\lambda_0$  ist, so ist die resultierende Schwingung elliptisch polarisiert, und zwar wechselt der von der großen Achse der Ellipse mit der Schwingungsebene der einfallenden Wellen gebildete Winkel ihr Vorzeichen, wenn  $\lambda$  den Wert  $\lambda_0$  passiert.

3. Das Resonatorensystem besitzt ein ausgeprägtes selektives Absorptionsvermögen, und zwar entspricht dem Absorptionsmaximum eine Wellenlänge, die — in Übereinstimmung mit der Planckschen elektromagnetischen Dispersionstheorie des Lichtes — ein wenig, aber auch nur sehr wenig größer als  $\lambda_0$  ist. Annähernd kann man also sagen, das der im vorigen Moment erwähnte Zeichenwechsel der Rotation im Zentrum eines „Absorptionsstreifens“ stattfindet.

4. Für Werte von  $\lambda$ , die mit  $\lambda_0$  nicht nahe übereinstimmen, gehorcht der Drehungswinkel  $\varphi$  dem Gesetz

$$\varphi = \frac{k_0}{\lambda^2 - \lambda_0^2},$$

wo  $k_0$  eine Konstante ist. Falls  $\lambda_0^2$  gegen  $\lambda^2$  vernachlässigt werden kann, so ist also  $\varphi$  dem Quadrate der Wellenlänge umgekehrt proportional (optisches Gesetz von Biot).

5. Die Drehung ist der Anzahl der im Wege der Strahlen befindlichen gleichen spiralförmigen Resonatoren oder der Dicke der „aktiven“ Schicht direkt proportional (entsprechend einem zweiten von Biots optischen Gesetzen).

Indem diese Versuche, bei denen die theoretisch gewonnenen Vorstellungen von der Ursache der Photogyration bei natürlich-aktiven Medien künstlich realisiert waren, der oben genannten Theorie eine neue Stütze geben, bilden sie zugleich ein direktes elektromagnetisches Analogon zu der betreffenden optischen Erscheinung.

Åbo, Mai 1920.

(Eingegangen 27. Mai 1920.)

### 3. *Elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drähten*<sup>1)</sup>; von O. Schrieffer.

#### I. Einleitung.

Die Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen an einem geraden metallischen Draht ist in voller Strenge zuerst von Sommerfeld<sup>2)</sup> gegeben worden. Bezüglich Wellenlänge, Dämpfung, Intensität des Feldes, Einfluß der Materialkonstanten usw. kommt Sommerfeld zu Ergebnissen, die mit den seit Hertz bekannten experimentellen Tatsachen durchaus übereinstimmen. Dennoch aber läßt er die Frage offen, ob die von ihm gegebene Lösung des Problems auch die einzig mögliche sei.

Diese Frage hat dann Hondros<sup>3)</sup> eingehend erörtert und tatsächlich gefunden, daß außer der Sommerfeldschen Lösung, die er als „Hauptwelle“ bezeichnet, theoretisch noch andere Lösungen, von ihm „Nebenwellen“ genannt, möglich sind, daß diese aber infolge äußerst starker Dämpfung gegenüber der Hauptwelle so verschwindende Intensität besitzen, daß der Vorgang praktisch durch die Hauptwelle allein bestimmt wird. Nimmt man aber statt des metallischen Drahtes einen solchen aus dielektrischem Material, so müßten nach Hondros u. Debye<sup>4)</sup> die Nebenwellen von beobachtbarer Intensität werden, während die Hauptwelle dann vollkommen verschwindet.

Der experimentelle Nachweis dieser dielektrischen Drahtwellen ist Herrn Rueter und mir<sup>5)</sup> im Sommer 1914 gelungen.

1) Diese Abhandlung ist von der Philos. Fakultät der Universität Kiel als Inauguraldissertation angenommen worden.

2) A. Sommerfeld, Wied. Ann. 67. S. 285. 1899.

3) D. Hondros, Ann. d. Phys. 30. S. 905. 1909.

4) D. Hondros u. P. Debye, Ann. d. Phys. 32. S. 466. 1910.

5) Vorläufige Mitteilung siehe in den Schriften des naturwissensch. Vereins f. Schlesw. Holst. 16. Heft 2. 1915.

Unsere damalige, in verschiedenen Punkten verbesserte Versuchsanordnung hat Herr Zahn<sup>1)</sup> nebst eigenen Messungen inzwischen bereits veröffentlicht. Herr Zahn knüpft an das Ergebnis der Theorie von Hondros u. Debye an, daß an einem Draht dielektrischen Materials nur solche Wellen möglich sind, deren Länge  $l$  im Vakuum mit dem Brechungsexponenten  $\nu$  und dem Radius  $\varrho$  des Drahtes in der Beziehung steht:  $l \leq 2,61 \cdot \varrho \cdot \sqrt{\nu^2 - 1}$ . Zur Erregung benutzte Herr Zahn drei kleine Kondensatorkreise mit Funkenstrecke, die je eine unveränderliche Wellenlänge von  $l = 60$  bzw.  $52$  und  $28,4$  cm lieferten. Gemäß der angegebenen Formel mußten dann, für Wasser als Drahtmaterial ( $\nu = 9$ ), Drähte benutzt werden von der Dicke:  $\varrho \geq \frac{28,4}{23,4} = 1,2$  cm. Für andere Dielektrika wird, entsprechend ihrem kleineren Brechungsexponenten, der Grenzwert für  $\varrho$  größer. Als „Drähte“ wurden Glasrohre benutzt, die mit der betreffenden Flüssigkeit gefüllt waren, und ihre Dimensionen hat Herr Zahn so anzupassen versucht, daß sie auf die gegebene Erregerschwingung möglichst stark ansprechen. Seine Ergebnisse sind aber, wie er selbst betont, nicht geeignet, die Theorie in quantitativer Hinsicht zu bestätigen, bedeuten vielmehr zur Hauptsache einen Nachweis, daß elektromagnetische Wellen an dielektrischen Drähten experimentell herstellbar sind. Die definitive Ausarbeitung der Versuche wollte Herr Zahn Herrn Rüter und mir überlassen. Herr Rüter starb in den Kämpfen in der Champagne am 27. 9. 15 den Tod fürs Vaterland. Nach dem Kriege habe daher ich allein dieses Thema wieder aufgenommen, und es ist mir gelungen, unter Verwendung einer Glühkathodenröhre als Erreger, dessen Frequenz sich stetig variieren ließ, auch eine quantitative Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zu erreichen.

Um eine richtige Vorstellung von dem Wesen der dielektrischen Drahtwellen zu bekommen, das von dem der gewöhnlichen Drahtwellen erheblich abweicht, wird es nützlich sein, zunächst etwas näher auf die Theorie einzugehen.

1) H. Zahn, Phys. Zeitschr. 16. S. 414. 1915 und Ann. d. Phys. 49. S. 907. 1916.

## II. Zur Theorie der dielektrischen Drahtwellen.

Die Maxwell'schen Gleichungen:

$$\frac{\epsilon}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \frac{4\pi\sigma}{c} \mathfrak{E} = \text{curl } \mathfrak{H}$$

$$- \frac{\mu}{c} \cdot \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} = \text{curl } \mathfrak{E}$$

$$\text{div } \mathfrak{E} = 0; \quad \text{div } \mathfrak{H} = 0$$

nehmen durch Einsetzen folgender Größen<sup>1)</sup>:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 e^{i\omega t}; \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 e^{i\omega t}; \quad \mathfrak{H}_0 = \frac{i p}{\mu} \mathfrak{M}_0,$$

$$p = \sqrt{\epsilon \mu - i \frac{4\pi\sigma\mu}{\omega}} \text{ (komplexer Brechungsindex),}$$

$$l' = l \cdot \frac{\omega p}{c} \text{ (dimensionslose „Längen“ } l' \text{ statt der wirklichen Längen } l)$$

die in  $\mathfrak{E}_0$  und  $\mathfrak{M}_0$  symmetrische Form an:

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_0 &= \text{curl}' \mathfrak{M}_0, \\ \mathfrak{M}_0 &= \text{curl}' \mathfrak{E}_0, \end{aligned} \quad \text{curl}' = \frac{c \text{curl}}{\omega p},$$

$$\text{div}' \mathfrak{E}_0 = 0; \quad \text{div}' \mathfrak{M}_0 = 0.$$

In Zylinderkoordinaten ( $r, \varphi, z$ ) geschrieben, lauten sie also:

$$\mathfrak{E}_{0r} = \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mathfrak{M}_{0z}) - \frac{\partial}{\partial z'} (\mathfrak{M}_{0\varphi}),$$

$$\mathfrak{E}_{0\varphi} = \frac{\partial}{\partial z'} (\mathfrak{M}_{0r}) - \frac{\partial}{\partial r'} (\mathfrak{M}_{0z}),$$

$$\mathfrak{E}_{0z} = \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial r'} (r' \mathfrak{M}_{0\varphi}) - \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mathfrak{M}_{0r}),$$

$$\frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial r'} (r' \mathfrak{M}_{0r}) + \frac{1}{r'} \cdot \frac{\partial}{\partial \varphi} (\mathfrak{M}_{0\varphi}) + \frac{\partial}{\partial z'} (\mathfrak{M}_{0z}) = 0,$$

dazu das entsprechende System bei Vertauschung von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{M}$ .  
Partikuläre Lösungen dieser Gleichungen sind:

$$\mathfrak{E}_{0r} = + e^{i(n\varphi + \lambda z')} \cdot i\lambda^2 \cdot Z_n'(r' \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}),$$

$$\mathfrak{E}_{0\varphi} = - e^{i(n\varphi + \lambda z')} \cdot \frac{n\lambda^2}{r' \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}} \cdot Z_n(r' \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}),$$

$$\mathfrak{E}_{0z} = + e^{i(n\varphi + \lambda z')} \cdot \sqrt{1 - \lambda^2} \cdot Z_n(r' \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}),$$

1) Die nachfolgende vereinfachte Darstellung der Theorie der Drahtwellen verdanke ich der freundlichen Mitteilung von Herrn Prof. Madelung.

$$\begin{aligned}\mathfrak{M}_{0r} &= + e^{i(n\varphi + \lambda z')} \cdot \frac{i\lambda n}{r' \cdot \sqrt{1-\lambda^2}} \cdot Z_n(r' \cdot \sqrt{1-\lambda^2}), \\ \mathfrak{M}_{0\varphi} &= - e^{i(n\varphi + \lambda z')} \cdot \lambda \cdot Z_n'(r' \cdot \sqrt{1-\lambda^2}), \\ \mathfrak{M}_{0z} &= 0,\end{aligned}$$

sowie die entsprechenden Ausdrücke bei Vertauschung von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{M}$ .

Darin bedeutet  $Z_n$  eine Zylinderfunktion  $n$ -ter Ordnung und  $Z_n'(x) = \frac{dZ_n(x)}{dx}$ . Jede solche partikuläre Lösung stellt eine in bezug auf die  $z$ -Achse symmetrische „Welle“ dar, und jeder elektromagnetische Ausbreitungsvorgang kann durch eine lineare Kombination solcher Systeme wiedergegeben werden. Die willkürlichen Konstanten  $n$  und  $\lambda$  charakterisieren die räumliche Periodizität des Vorganges um die  $Z$ -Achse bzw. in Richtung derselben.  $\lambda$  ist im allgemeinen Falle komplex. Mit der auf der Achse gemessenen Wellenlänge  $L$  steht der reelle Teil von  $\lambda$  in der Beziehung:  $\Re(\lambda) \cdot L' = 2\pi$ , oder:

$$(1) \quad \Re(\lambda) = \frac{2\pi}{L'} = \frac{c}{\omega p} \cdot \frac{2\pi}{L},$$

während durch den imaginären Teil von  $\lambda$  die Dämpfung in Richtung der  $z$ -Achse gegeben wird.

Durch die Bedingung  $n = 0$  beschränken wir uns auf die rotationssymmetrischen Wellen, die allein für die spezielle Versuchsanordnung dieser Arbeit in Frage kommen. Deren Feldgleichungen reduzieren sich auf:

$$(2) \quad \begin{cases} \mathfrak{E}_{0r} = A \cdot e^{i\lambda z'} \cdot i\lambda^2 \cdot Z_0'(r' \sqrt{1-\lambda^2}), \\ \mathfrak{E}_{0z} = A \cdot e^{i\lambda z'} \cdot \sqrt{1-\lambda^2} \cdot \lambda \cdot Z_0(r' \sqrt{1-\lambda^2}), \\ \mathfrak{M}_{0\varphi} = -A \cdot e^{i\lambda z'} \cdot \lambda \cdot Z_0'(r' \sqrt{1-\lambda^2}). \end{cases}$$

Eine solche Welle kann man mit Hondros als eine „elektrische“ bezeichnen, im Gegensatz zu der „magnetischen“, die durch Vertauschung von  $\mathfrak{E}$  und  $\mathfrak{M}$  entsteht. Wegen der in dieser Arbeit verwendeten reinen elektrischen Anregung in der Achse begnügen wir uns mit der Diskussion der ersteren.

Handelt es sich nun um einen in der  $z$ -Achse gelegenen unendlich langen geraden Draht vom endlichen Radius  $\varrho$ , so hat man in Betracht zu ziehen, daß sich das gesamte Feld über zwei Medien erstreckt, den Außenraum (Medium I,  $r \geq \varrho$ )



und das Drahtinnere (Medium II,  $r \leq \rho$ ), und daß an deren Grenzschicht, der Drahtoberfläche, die Grenzbedingungen erfüllt sein müssen, daß die Tangentialkomponenten ( $\mathcal{E}_{0z}$  u.  $\mathcal{M}_{0\varphi}$ ) in beiden Medien gleich werden. Das liefert zwei Gleichungen für  $\frac{A_I}{A_{II}}$  und  $\lambda$ . Dabei muß man noch berücksichtigen, daß als Zylinderfunktionen nur solche in Betracht kommen, die für alle vorkommenden Argumente regulär sind. Im Drahtinnern, wo  $r$  Null wird, haben wir daher die gewöhnliche Besselsche Funktion zu nehmen, und im Außenraum, wo  $r$  unendlich wird, im allgemeinen Fall<sup>1)</sup> die allgemeine Zylinderfunktion mit zwei unabhängigen Konstanten:

$$a \cdot H_{1,0} + b \cdot H_{2,0}.$$

Für „Drahtwellen“ jedoch, deren Energiefluß im Unendlichen verschwindet und auf die wir uns weiterhin beschränken wollen, kommt für Medium I nur die erste Hankelsche Funktion mit positiv imaginärem Argument in Betracht. — Die Grenzbedingungen lauten also in dem Falle:

$$(3) \quad \begin{cases} A_I \cdot \frac{x}{p_I^2} \cdot H(x) = A_{II} \cdot \frac{y}{p_{II}^2} \cdot J(y), \\ A_I \cdot H'(x) = A_{II} \cdot J'(y), \end{cases}$$

wobei:

$$\varrho_I' \cdot \sqrt{1 - \lambda_I^2} = x, \quad \varrho_{II}' \cdot \sqrt{1 - \lambda_{II}^2} = y$$

gesetzt ist, oder, falls man noch die neuen, der Vakuumwellenlänge  $l$  bzw. der Drahtwellenlänge  $L$  umgekehrt proportionalen Abkürzungen:

$$\alpha = \frac{\omega \varrho}{c} = \frac{2\pi \varrho}{l}; \quad \beta = \frac{2\pi \varrho}{L}$$

einführt:

$$(4) \quad x = \sqrt{(\alpha p_I)^2 - \beta^2}; \quad y = \sqrt{(\alpha p_{II})^2 - \beta^2}.$$

Eliminiert man aus (3) zunächst die  $A$ :

$$(5) \quad \left( \frac{p_I}{p_{II}} \right)^2 \cdot \frac{H'(x)}{x \cdot H(x)} = \frac{J'(y)}{y \cdot J(y)},$$

so hat man bei gegebenem  $\alpha$  in (4) und (5) drei Gleichungen zur Bestimmung der drei Unbekannten  $x$ ,  $y$ ,  $\beta$ .

In der Lösung dieser transzendenten Gleichung besteht

1) vgl. Hondros, a. a. O., S. 942.

die eigentliche Aufgabe. Sommerfeld hat sie durchgeführt für rein metallisches Drahtmaterial ( $p_1 = 1$ ,  $p_{11}$  komplex) und unter der vereinfachenden Annahme, daß die Geschwindigkeit gleich  $c$  und die Dämpfung gering sei, wie es ja den experimentellen Tatsachen entspricht. Aber auch ohne diese Voraussetzungen lassen sich, wie Hondros zeigt, Lösungen angeben, die er als „Nebenwellen“ von der Sommerfeldschen „Hauptwelle“ unterscheidet. Beide haben ganz verschiedene Eigenschaften. Besonders besitzen die Nebenwellen eine so große Dämpfung und so starken Skineffekt in bezug auf den Außenraum, daß sie gegenüber der Hauptwelle im Experiment unmerklich werden. — Die Arbeit von Hondros und Debye bezieht sich auf reines Dielektrikum als Drahtmaterial. In diesem Falle, der uns hier näher interessiert, wird  $p_1 = 1$ ,  $p_{11} = \sqrt{\varepsilon} = \nu$  und der in der transzendenten Gleichung vorkommende Faktor  $\left(\frac{p_1}{p_{11}}\right)^2$  gleich  $\frac{1}{\nu^2}$ . Das Resultat des von Hondros und Debye angewandten graphischen Lösungsverfahrens für Gl. (4), (5) ist ein Kurvenbild für  $\beta$  als Funktion von  $\alpha$ . Um den experimentellen Sinn desselben deutlicher hervortreten zu lassen, ist hier statt dessen in derselben Weise direkt  $L$  als Funktion von  $l$  ermittelt.

Da keinerlei Leitfähigkeit vorhanden ist, so muß gemäß (1)  $L$  und folglich auch  $\beta$  reell sein. Damit ergibt sich dann aus (4), daß  $x$ ,  $y$  nur rein imaginär oder reell sein können, und zwar hat man, damit auch Gleichung (5) bestehen kann,  $x$  als rein imaginär (und positiv) und  $y$  als reell anzunehmen. Aus (4) folgt dann:

$$y^2 = (\nu^2 - 1)\alpha^2 + x^2 \leq (\nu^2 - 1)\alpha^2 \leq (\nu^2 - 1) \cdot \left(\frac{2\pi g}{l}\right)^2.$$

Das Gleichheitszeichen trifft zu für  $x = 0$ . In dem Falle muß wegen (5) entweder  $y = 0$  sein, was bei vorgegebenem  $\alpha$  unmöglich ist, oder  $J(y) = 0$ , d. h.:

$$y = 2,40; \quad 5,52; \quad 8,65; \quad \dots$$

entsprechend dem oszillatorischen Verlauf der  $J$ -Kurve um die Abszissenachse. Für  $l$  ergibt sich somit die Beziehung (vgl. Einleitung):

$$(6) \quad \left\{ \begin{array}{l} l \leq \frac{2\pi}{2,40} \varrho \sqrt{\nu^2 - 1}; \quad \frac{2\pi}{5,52} \varrho \sqrt{\nu^2 - 1}; \quad \frac{2\pi}{8,65} \varrho \sqrt{\nu^2 - 1}; \dots \\ \text{also z. B. für Wasser } (\nu = 9) \text{ als Drahtmaterial:} \\ l \leq 23,4 \varrho; \quad 10,2 \varrho; \quad 6,6 \varrho; \dots \end{array} \right.$$

Aus (4) folgt weiter, damit  $x$  rein imaginär,  $y$  reell wird:

$$\alpha^2 \leq \beta^2 \leq \alpha^2 \nu^2,$$

oder:

$$(7) \quad l \geq L \geq l/\nu.$$

Nicht bei jeder beliebigen Erregerfrequenz sind also „Drahtwellen“ möglich, sondern erst dann, wenn die der Frequenz entsprechende Vakuumwellenlänge einen gewissen, nur durch das Drahtmaterial ( $\varrho, \nu$ ) bestimmten Wert (Gleichung (6), erster Ausdruck) nicht überschreitet. Ist diese Bedingung erfüllt, so variiert die Wellenlänge am Dielektrikum, je nach der Erregerwelle, gemäß (7) zwischen zwei Grenzwerten. Im oberen Grenzfall ist  $L$  gerade gleich  $l$ , die Drahtwelle pflanzt sich also längs der Achse mit der dem Außenmedium charak-

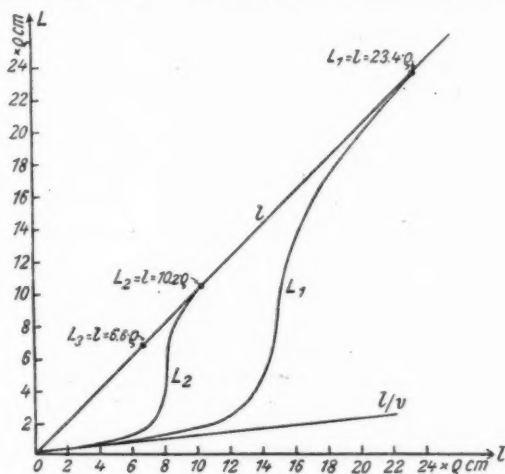


Fig. 1.

teristischen Geschwindigkeit (Lichtgeschwindigkeit  $c$ ) fort. Bei kurzen Erregerwellen dagegen nähert sich  $L$  mehr und mehr

dem Werte  $l/v$ , die Fortpflanzungsgeschwindigkeit also dem Werte  $c/v$ , wie er dem Drahtmaterial bekanntlich sonst charakteristisch ist. Das Verhalten von  $L$  zwischen diesen beiden Grenzwerten ist aus Fig. 1 ersichtlich, die sich auf Wasser als Drahtmaterial bezieht. Man erkennt, daß  $L$  unterhalb des oberen Grenzwertes (Kurve  $L_1$ ) zunächst annähernd in demselben Maße abnimmt wie  $l$  (Gerade  $l$ ), um dann aber, für Wasser besonders in dem Intervall  $16 \varrho \geq l \geq 14 \varrho$  bedeutend schneller zu fallen als  $l$ . Bei noch kürzerem  $l$  dagegen, etwa unterhalb  $12 \varrho$ , ist die Änderung von  $L$  geringer als die von  $l$ .

Damit aber ist der Vorgang nicht erschöpft. Entsprechend dem zweiten, dritten usw. Grenzwerte von  $l$  [Gleichung (6)] sind neben der bisher betrachteten Welle, sobald  $l$  bis auf jene Werte verkürzt ist, weitere Wellen, Nebenwellen 2, 3. usw. Ordnung, am dielektrischen Draht möglich, die alle den Verlauf der Nebenwelle 1. Ordnung wiederholen, nur in immer kürzerem Intervall.

Hier mag gleich eine Bemerkung für den experimentellen Nachweis unserer Wellen angeknüpft werden. Ist die Erregerwelle eine gedämpfte, von einem Kondensatorkreis mit Funkenstrecke herrührende, so kann man sie bekanntlich als ein mehr oder minder breites Band im Spektralstreifen auffassen. Ein solches wird aber, infolge der meist größeren Steilheit der  $L$ -Kurven gegenüber der  $l$ -Geraden, auf dem dielektrischen Draht noch weiter auseinander gezogen, worunter die Schärfe der Beobachtungsmöglichkeit naturgemäß leidet. Aus diesem Grunde wird es vorteilhaft sein, einen ungedämpften Erreger zu benutzen.

Ferner sei darauf hingewiesen, daß eine geringe Inkonzanz der Erregerwellenlänge in den Gebieten, in denen die  $L$ -Kurven steil verlaufen, ganz beträchtliche Schwankungen der Wellenlänge am Draht zur Folge haben kann. Konstanz der Erregerwellenlänge ist daher eine weitere an das Experiment zu stellende Forderung. In den oberen und unteren Teilen der  $L$ -Kurven wird sich eine Inkonzanz von  $l$  weniger störend bemerkbar machen.

Um ein anschauliches Bild von dem Kraftlinienverlauf der Wellen zu gewinnen, braucht man nur noch  $A_1/A_n$  auszurechnen. Es folgt aus (3) unmittelbar:

$$A_1 : A_{II} = y \cdot J(y) : v^2 x \cdot H(x).$$

Darin können wir jetzt  $x, y$  als bekannte Größen ansehen. Setzt man dies in die Feldgleichungen (2) ein und ersetzt wieder die Vektoren  $\mathfrak{E}_0$  und  $\mathfrak{M}_0$  durch die ursprünglichen  $\mathfrak{E}, \mathfrak{H}$  und die dimensionslosen „Längen“ durch die wirklichen, so erhält man bis auf einen allen Gleichungen gemeinsamen konstanten Faktor für:

Das Feld im Außenraum:

$$(I) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_r = i \beta y J(y) H' \left( x \frac{r}{\varrho} \right) \\ \mathfrak{E}_z = x y J(y) H \left( x \frac{r}{\varrho} \right) \\ \mathfrak{H}_\varphi = i \alpha y J(y) H' \left( x \frac{r}{\varrho} \right) \end{array} \right\} e^{i \frac{\beta z - \alpha c t}{\varrho}}.$$

Das Feld im Drahtinnern:

$$(II) \quad \left\{ \begin{array}{l} \mathfrak{E}_r = i \beta x H(x) J' \left( y \frac{r}{\varrho} \right) \\ \mathfrak{E}_z = y x H(x) J \left( y \frac{r}{\varrho} \right) \\ \mathfrak{H}_\varphi = i v^2 \alpha x H(x) J' \left( y \frac{r}{\varrho} \right) \end{array} \right\} e^{i \frac{\beta z - \alpha c t}{\varrho}}.$$

Die magnetischen Kraftlinien haben nur eine Komponente  $\mathfrak{H}_\varphi$ , umgeben also den Draht in konzentrischen, auf den Meridianebenen senkrecht stehenden Kreisen. Den Verlauf der elektrischen Kraftlinien erhält man, indem man für eine genügend große Anzahl von Punkten  $(r, z)$  einer beliebigen Meridianebene bei konstantem  $t$  (z. B.  $t = 0$ ) den Quotienten  $\frac{\mathfrak{E}_z}{\mathfrak{E}_r}$  bildet und die erhaltenen Werte als Richtungen in die  $r, z$ -Ebene einträgt. Dann erhält man Kraftlinienbilder, wie sie in Fig. 2 für drei verschiedene Fälle wiedergegeben sind. Fig. 2a bezieht sich auf den Fall, daß die Erregerwellenlänge gleich der oberen Grenzwellenlänge der Nebenwelle 1. Ordnung ist. Hier hat man zu setzen:

$$x = 0, \quad y = 2,40; \quad \alpha = \beta = 2,40 : \sqrt{v^2 - 1}.$$

Mit diesen Werten würde man unter Benutzung obiger Feldgleichungen für alle Komponenten den Wert Null erhalten. Formt man aber die Gleichungen in geeigneter Weise um, daß sich ein allen Komponenten gemeinsamer und für  $x = 0$

verschwindender konstanter Faktor<sup>1)</sup> absondern läßt, so kann man schreiben:

$$(I') \quad \begin{cases} \mathcal{E}_r = 1,25 \frac{v^2}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x}{i} H' \left( x \frac{r}{\varrho} \right) \cos \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right) \\ \mathcal{E}_z = 0,52 v^2 \left( \frac{x}{i} \right)^2 i H \left( x \frac{r}{\varrho} \right) \sin \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right) \\ \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_z} = \frac{1,25}{0,52} \frac{1}{\sqrt{v^2-1}} \frac{1}{x} \frac{H' \left( x \frac{r}{\varrho} \right)}{H \left( x \frac{r}{\varrho} \right)} \operatorname{ctg} \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right) = \infty \text{ für } x = 0 \end{cases}$$

und:

$$(II') \quad \begin{cases} \mathcal{E}_r = -1,53 \frac{1}{\sqrt{v^2-1}} J' \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right) \cos \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right) \\ \mathcal{E}_z = -1,53 \cdot J \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right) \sin \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right) \\ \frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_z} = \frac{1}{\sqrt{v^2-1}} \cdot \frac{J' \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right)}{J \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right)} \operatorname{ctg} \left( \frac{2,40}{\sqrt{v^2-1}} \frac{x - ct}{\varrho} \right). \end{cases}$$

Im Innenraum (II') endigen demnach die Kraftlinien senkrecht zum Draht ( $J \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right)$  verschwindet für  $r = \varrho$ ) und behalten diese Richtung im Außenraum überall bei. In der Mitte des Drahtes ( $r = 0$ ) verlaufen sie in Richtung der Achse ( $J' \left( 2,40 \frac{r}{\varrho} \right)$  verschwindet).

Verkürzt man die Wellenlänge (Fig. 2b), so rückt im Drahtinnern die Zone, in der die Kraftlinien senkrecht zur Längsrichtung des Drahtes verlaufen, immer mehr von der Oberfläche zur Achse hin, so daß immer mehr Kraftlinien Gelegenheit haben, sich innerhalb des Drahtes zu schließen. Die Heraustretenden schließen sich in weiteren Bögen. Die Fig. 2b entspricht etwa den Zahlenwerten  $l = 16,6 \varrho$ ,  $L = 14,4 \varrho$ ,  $x = 0,2 i$ ,  $y = 3,37$ , die in die ursprünglichen Formeln (I) und (II) einzusetzen sind. Bezeichnet man mit  $r_\infty$  den Radiusvektor, für den  $\frac{\mathcal{E}_r}{\mathcal{E}_z} = \infty$  wird (Normalzone) und entsprechend mit  $r_0$  denjenigen, für den die Kraftlinien in Richtung der Achse verlaufen (Tangentialzone), so ist für den Fall der

1) Vgl. Hondros und Debye, a. a. O. S. 474.

Fig. 2a:  $r_0 = 0$ 

$$r_\infty = \varrho$$

 Fig. 2b:  $r_0 = 0$ 

$$r_\infty = 0,71 \varrho.$$

Allgemein sind, wie man aus (II) direkt ersehen kann, Tangentialzonen diejenigen, für die  $r$  der Bedingung unterliegt:

$$y \cdot r / \varrho = \text{Wurzel von } J', \text{ also } = 0; 3,83; \dots$$

und Normalzonen diejenigen, für welche:

$$y \cdot r / \varrho = \text{Wurzel von } J, \text{ also } = 2,40; 5,52; \dots$$

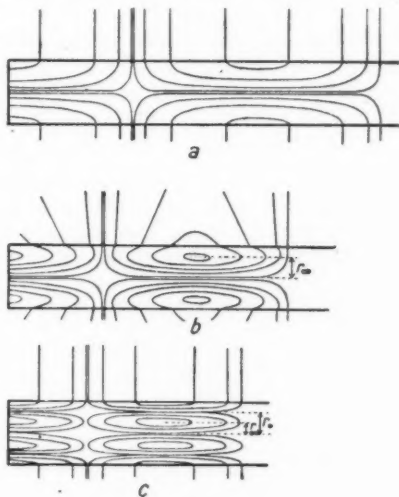


Fig. 2.

wovon im vorliegenden Falle der Nebenwelle 1. Ordnung nur das erste Wertepaar (0 und 2,40) in Betracht kommt, da  $y$  nur von 2,40 bis 3,83 variiert. Bei Annäherung an die untere Grenzwellenlänge von  $L_1$  nähert sich hiernach  $r_\infty$  dem Werte:  $\frac{3,83}{\varrho} r_\infty = 2,40$ , d.h.  $r_\infty = 0,63 \varrho$ . Sämtliche Kraftlinien schließen sich dann im Innern des Drahtes.

Der Mechanismus unserer dielektrischen Wellen ist demnach vergleichbar mit Rauchringen, die mit Lichtgeschwindigkeit (im oberen Grenzfalle) bzw. langsamer längs des Drahtes hineilen.

Das Bild der Nebenwellen 2. Ordnung wird etwas kom-

plizierter. Da für sie nämlich  $y$  von 5,52 bis 7,02 variiert, so umfaßt das Intervall  $0 \leq \frac{y}{\varrho} \cdot r \leq \frac{y}{\varrho} \cdot \varrho$  auf jeden Fall zwei Wurzeln von  $J'$  und  $J$ , woraus je zwei Werte für  $r_0$  und  $r_\infty$  folgen, und zwar im oberen Grenzfalle:

$$r_0 = 0 \quad \text{und} \quad \frac{3,83}{5,52} \varrho,$$

$$r_\infty = \frac{2,40}{5,52} \varrho \quad \text{und} \quad \varrho.$$

Dem entspricht Fig. 2c: Der Wirbelring hat sich so weit auf die Umgebung der Achse zusammengezogen, daß sich um ihn herum im äußeren Teile des Drahtes noch ein zweiter ausbilden kann. Das Außenfeld ist analog dem Fall der Fig. 2a. Bei Verkürzung der Wellenlänge geht im Kraftlinienbild die gleiche Veränderung vor sich, wie bei der Nebenwelle 1. Ordnung.

Dasselbe wiederholt sich für die nächsten Nebenwellen. Bei der dritten Ordnung erhält man für  $r_0$  und  $r_\infty$  je drei Werte usw. Das physikalische Bild jeder Nebenwelle höherer Ordnung unterscheidet sich daher von demjenigen der vorhergehenden Ordnung dadurch, daß in Richtung des Radius ein Wirbelring mehr eingeschaltet ist. Gleichzeitig sind in jedem Falle die Nebenwellen sämtlicher niederen Ordnungen außerdem möglich.

### III. Experimentelle Herstellung der Wellen.

#### a) Allgemeines zur Versuchsanordnung.

Für eine experimentelle Herstellung der Wellen an dielektrischen Drähten ist es wesentlich hervorzuheben, daß es sich in der von Hondros und Debye gegebenen Theorie, wie aus dem obigen hervorgeht, nur um eine partikuläre Lösung der Maxwellschen Gleichungen handelt, die für ihre experimentelle Verifizierung eine ganz spezielle Erregung erfordert. Aus den Fig. 2 geht nämlich hervor, daß an der Erregerseite ( $z = 0$ , linke Begrenzung der Figuren) ein parallel der  $z$ -Achse gerichtetes elektrisches Feld vorhanden sein muß, dessen Stärke  $\mathcal{E}_z$  sich mit der Entfernung  $r$  von der Achse im Drahtinnern wie  $J\left(y \frac{r}{\varrho}\right)$ , im Außenraum wie  $H\left(x \frac{r}{\varrho}\right)$  ändert. Die Erregung hätte also einmal in unendlich vielen unendlich



schmalen konzentrischen Kreisen zu geschehen und zudem in dieser komplizierten Abhängigkeit von deren Radien  $r$ . Das dürfte praktisch überhaupt nicht ausführbar sein. Bei den Versuchen wurde denn auch auf die Innehaltung dieser Bedingungen von vornherein verzichtet und das Feld mit Hilfe einer einzigen, zur Achse konzentrischen Kreisscheibe angeregt, deren Radius nur kleiner war als derjenige der innersten „Normalzone“ der elektrischen Kraftlinien (vgl. oben). Dann wird sich aber der Vorgang nicht durch eine einzige partikuläre Lösung der Maxwellschen Gleichungen beschreiben lassen, sondern nur durch eine lineare Kombination vieler solcher, die aber nicht nur dem Typus der „Drahtwellen“ anzugehören brauchen, sondern zum Teil auch mit Ausstrahlung

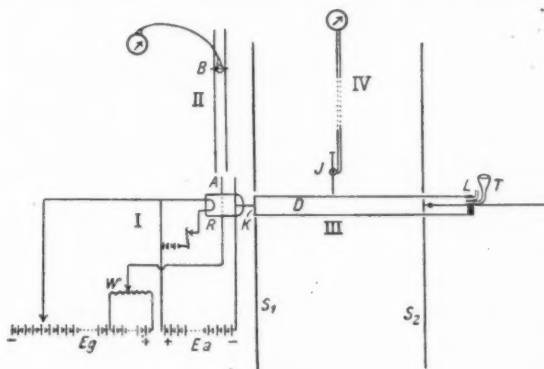


Fig. 8.

verbunden sein können. Letztere besitzen dann in Richtung der  $z$ -Achse eine gewisse Dämpfung. Um von ihnen frei zu werden, brauchte man daher auf dem Draht nur in solche Entfernung von der Erregungsstelle zu gehen, daß sie vollkommen abgeklungen und reine Drahtwellen übrig geblieben sind. Aber auch dies war wegen der beschränkten Länge des Drahtes nicht ausführbar.

Konnten somit die Voraussetzungen für die Theorie von Hondros und Debye experimentell nicht streng erfüllt werden, so wird man es auch im Experiment nicht mit reinen Drahtwellen zu tun haben, sondern mit einer gewissen seitlichen

Energiestrahlung rechnen müssen. Wir werden später sehen, wie dies in die Erscheinung tritt.

Die Versuchsanordnung, die in Fig. 3 schematisch dargestellt ist, bestand im wesentlichen aus folgenden Teilen: die Wellen wurden von einem Erreger (I) erzeugt und ihre Länge mit einem Meßkreis (II) bestimmt. Mit dem Erreger war der dielektrische Draht (III) gekoppelt und auf diesem ein Indikator (IV) verschiebbar angebracht. Die näheren Einzelheiten gehen aus dem folgenden Abschnitt hervor.

#### b) Spezielle Versuchsangaben.

1. *Der Erreger.* In der Erzeugung kurzer elektrischer Wellen war man bisher auf klein dimensionierte Kondensatorkreise mit Funkenstrecke angewiesen. Der unvermeidliche Übelstand bei diesen ist ihre starke Erhitzung durch den Funken, die eine Dauerinanspruchnahme unmöglich macht und meist nur ballistisch zu beobachten gestattet. Es darf daher wohl als ein großer Fortschritt in dieser Hinsicht bezeichnet werden, daß es neuerdings Barkhausen und Kurz<sup>1)</sup> gelungen ist, auch mit der Glühkathodenröhre eine Schaltung für kurze Wellen anzugeben, die sehr wohl einen Dauerbetrieb zuläßt. Nicht alle Röhrenformen eignen sich für diese Methode. Am günstigsten haben sich bisher die zylindrisch angeordneten und mit sehr feindrähtigem Gitter ausgestatteten Röhren der Firma Schott u. Gen., Jena, erwiesen, die auch bei den nachfolgenden Versuchen benutzt wurden.<sup>2)</sup>

Legt man an das Gitter einer solchen Röhre ( $R$ , Fig. 3) eine hohe positive Spannung ( $E_g$ ), an die Anode dagegen eine negative ( $E_a$ ), so werden ohne Mitwirkung irgendeines Resonanzsystems in der Röhre Schwingungen erzeugt, für deren Zustandekommen Barkhausen und Kurz folgende Hypothese aufstellen: Die von der Glühkathode austretenden Elektronen erhalten durch die hohe positive Gitterspannung eine derartige Beschleunigung, daß die meisten von ihnen, die nicht gerade auf die feinen Gitterdrähte selbst auftreffen, durch das Gitter hindurchfliegen und erst hinter demselben infolge der ab-

1) H. Barkhausen u. K. Kurz, Phys. Zeitschr. 21. S. 1. 1920.

2) Solche Röhren wurden mir in liebenswürdiger Weise von der Torpedoinspektion zur Verfügung gestellt.

stoßenden Wirkung der Anode und der Anziehung seitens des Gitters zur Umkehr gelangen. Beim nächstmaligen Passieren des Gitters von rückwärts her wird wieder nur ein kleiner Teil abgefangen, der größere dagegen wieder hindurchgelassen, usf., so daß die Elektronen nicht auf dem kürzesten Wege von der Glühkathode zum Gitter gelangen, sondern erst mehrmals um dieses hin- und herpendeln. Und diese rein mechanische Hin- und Herbewegung der Elektronen wird als Ursache der Eigenschwingungen der Röhre angesehen. Die Wellenlänge ist naturgemäß abhängig von  $E_g$ ,  $E_a$  und der Heizstromstärke  $J_h$  und läßt sich durch Veränderung dieser drei Größen variieren. Sie wurde durch Steigerung von  $E_g$  und  $E_a$  auf + 600 bzw. — 100 Volt mit der Schott-K-Röhre auf minimal 44 cm gebracht. Mit der etwas größer dimensionierten N Röhre kommt man mit der Wellenlänge nicht ganz soweit herunter.

Um konstante Erregung, sowohl in bezug auf Intensität als auch Wellenlänge zu haben, ist erforderlich, daß die drei Veränderlichen  $E_g$ ,  $E_a$ ,  $J_h$  keinerlei Schwankungen unterworfen sind. Die Spannung des städtischen Netzes war aus diesem Grunde für unsere Zwecke nicht zu gebrauchen. Als sehr geeignet erwies sich eine Hochspannungsakkumulatorenbatterie von Bornhäuser. Ein mit Zellschalter ausgestatteter, also von zwei zu zwei Volt veränderlicher Satz derselben diente als Anodenspannung, weitere Sätze von 100 Volt als Gitterspannung. Einem Teil der letzteren (100 Volt) wurde ein hoher Widerstand ( $W$ , Fig. 3) parallel gelegt, von dem aus durch Schleifkontakt nach Art der Potentiometerschaltung der eine Pol der Gitterspannung abgezweigt wurde. Der andere wurde je nach Bedarf zwischen die übrigen hintereinander geschalteten Sätze gelegt. Auf diese Weise ließ sich die Gitterspannung ziemlich kontinuierlich variieren. Zur Speisung des Glühdrahtes wird wegen der verhältnismäßig starken Stromentnahme (1,2—1,3 Amp) zweckmäßig eine Akkumulatorenbatterie hoher Kapazität verwendet, da bereits ein geringes Nachlassen ihrer Spannung beträchtliche Schwankungen in der Erregung zur Folge hat. Durch einen passenden Widerstand läßt sich  $J_h$  leicht stetig variabel machen.

Wenn man dafür Sorge trägt, daß die drei Größen  $E_g$ ,  $E_a$ ,  $J_h$  die Bedingung der Konstanz erfüllen, so ist auch die Erregung eine äußerst konstante.

Zwecks Koppelung mit einem Meßkreis waren an Gitter und Anode zwei kurze horizontale Parallelantennen (*A*) aus Kupferdraht von etwa 5 bis 10 cm Länge angelegt.

2. *Der Wellenmesser.* Ihnen gegenüber befand sich in veränderlichem vertikalen Abstand der Meßkreis (II). Derselbe bestand aus zwei horizontalen Paralleldrähten von etwa 1 m Länge und 1,5 cm gegenseitigem Abstand, auf denen eine Brücke (*B*) verschoben wurde. Letztere wurde zuerst mit einem Thermokreuz ausgestattet. Es war dann aber, zur Erzielung nennenswerter Ausschläge, eine verhältnismäßig starke Kopplung zwischen Meßkreis und Erreger erforderlich, die zur Folge hatte, daß der Resonanzpunkt beim Verschieben der Brücke

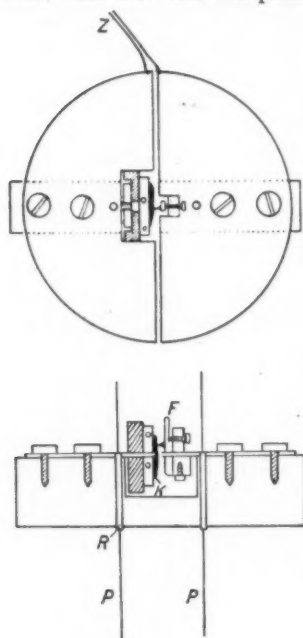


Fig. 4.

in der Resonanzlage durch die starke Rückwirkung sozusagen ein Stück mitgeschleift wurde, die Röhre also nicht frei schwingen konnte. Um dies zu vermeiden, mußte man so lose koppeln, daß die Empfindlichkeit eines Thermoelementes nicht mehr ausreichte. Aus diesem Grunde wurde eine Brücke hergestellt, die einen empfindlichen Kristalldetektor enthielt. Sie mußte zudem als Plattenbrücke ausgebildet werden, um einen wirksamen Schutz des resonierenden Teils der Paralleldrähte gegen ihre überstehenden Enden zu bilden. Eine Platte von 5,5 cm Durchmesser genügte dieser Anforderung. Die nähere Konstruktion der Brücke geht aus

Fig. 4 hervor. Die kreisfö-

drähten ( $P$ ) je ein Messingröhrchen ( $R$ ) trugen. In der Mitte der Brücke befand sich der Detektor, bestehend aus einem Kristall  $K$  (Pyrit) in drehbarer Fassung und einer Spitze auf einer Feder ( $F$ ) von regulierbarem Druck. Die Zuleitungen ( $Z$ ) zum Galvanometer waren direkt an die beiden Plattenhälften angelötet.

Diese Anordnung erwies sich als äußerst empfindlich. Man konnte lose koppeln — Koppelungsabstand durchschnittlich 10 cm — und ein Spiegelgalvanometer von mittlerer Empfindlichkeit verwenden. Letzteres mußte zudem meist durch Nebenschluß noch unempfindlicher gemacht werden.

Die Paralleldrähte durften, um guten Kontakt mit der Brücke zu geben, keinerlei Unebenheiten aufweisen. Sie wurden deshalb dauernd durch Gewichte gespannt und des öfteren mit feinstem Schmirgelpapier sorgfältig poliert. Nur unter Beachtung dieser Maßregeln ist die aus den Abständen verschiedener Resonanzpunkte ermittelte Wellenlänge immer dieselbe. Und zwar ist, falls man mit  $r_1$  die erste, mit  $r_2$  die zweite Resonanzlage und mit  $b$  die „Brückenverkürzung“ bezeichnet:

$$\begin{aligned} r_1 - b/2 &= l/4, \\ r_2 - b/2 &= 3l/4, \end{aligned}$$

woraus folgt:

$$r_2 - r_1 = l/2.$$

Der Abstand zweier benachbarter Resonanzpunkte gibt also direkt die halbe Wellenlänge.

Es ist noch zu beachten, daß neben den eigentlichen Resonanzstellen der Brücke noch andere, von diesen unabhängige, auftreten, die unter sich aber die gleiche Wellenlänge ergeben wie die ersteren. Sie rühren her von einer Resonanz der überstehenden Enden mit den auf irgendeinem Wege durch Strahlung dorthin gelangten Erregerwellen. Ihre Intensität ist, je nach der Lage der Meßdrähte zu den übrigen Teilen der Apparatur, verschieden groß und kann durch passende räumliche Anordnung jedenfalls so weit herabgemindert werden, daß man beide Gruppen von Resonanzpunkten einwandfrei voneinander unterscheiden kann. Beide lassen sich übrigens zur Messung der Wellenlänge verwerten.

Die außerordentliche Resonanzschärfe läßt vermuten, daß man es mit sehr monochromatischen Schwingungen zu tun hat.

Dies gilt allerdings nicht für jede beliebige Einstellung der drei Erregervariablen  $E_g$ ,  $E_a$ ,  $J_h$ , läßt sich aber doch durch passende Variation derselben für jede Wellenlänge erreichen.

3. *Der dielektrische Draht.* Der Umstand, daß die Nebenwellen nach der Theorie erst unterhalb einer gewissen Wellenlänge auftreten, deren Größe ihrerseits durch den Radius und Brechungsexponenten des Drahtes bestimmt wird (Gleichung 5), zwingt dazu, entweder recht kurze Erregerwellen zu verwenden, oder  $\rho$  und  $\nu$  genügend groß zu wählen. Aus diesem Grunde wurde nur das Dielektrikum mit größtem Brechungsexponenten, nämlich Wasser, als Drahtmaterial verwendet. Zu seiner Aufnahme dienten ein 130 cm langes Glasrohr vom inneren Radius  $\rho = 2,76$  cm und, da Glasrohre größerer Dimension nicht zu beschaffen waren, ein mit Asphaltlack ausgestrichenes 1 m langes Papprohr der Weite  $\rho = 4,75$  cm.

In Fig. 3 stellt  $D$  den dielektrischen Draht dar. Das dem Erreger zugekehrte Ende war durch eine aufgekittete Glasscheibe verschlossen und trug zur Vermittlung der Kopplung eine zur Achse konzentrische Messingscheibe, die durch einen kurzen Draht mit der Anode der Senderöhre verbunden war. Der Radius der Koppelungsplatte betrug am Glasrohr 1,5 cm, war also, welche Wellenlänge man auch wählte, stets kleiner als der Radius der innersten „Normalzone“ der elektrischen Kraftlinien ( $r_\infty$ ), der nach S. 655 im Minimum  $0,63 \rho = 1,74$  cm beträgt. Der entsprechende Wert für das Papprohr ist 3 cm, der Radius der Koppelungsplatte betrug hier 2,7 cm. Das andere Ende der Rohre war mit einem paraffinierten Kork verschlossen, durch den hierdurch ein, eine Metallplatte tragender Glasstab verschoben werden konnte. Zur besseren Dichtung war der Glasstab eingefettet. Ein Trichter ( $T$ ) diente zum Füllen sowie zur Aufnahme des vom Glasstab verdrängten Wassers, ein Glasrohr ( $L$ ) zum Ablassen der Luft. Die verschiebbare Platte erstreckte sich über den ganzen Querschnitt des Innenraumes und fand nach außen hin ihre Fortsetzung in dem ebenfalls verschiebbaren Schirm ( $S_2$ ) aus Zinkblech von der Größe  $60 \times 60$  cm. Ein gleicher Schirm ( $S_1$ ) befand sich am Anfang des Drahtes. Welche Rolle diese Schirme für das Zustandekommen stehender Wellen spielen, wird sich unten ergeben.  $S_1$  bildete gleichzeitig einen

Schutz der Drahtwellen gegen äußere vom Erreger herkommende Störungen. Die Rohre wurden getragen von zwei schmalen Holzgabeln. Ein störender Einfluß derselben auf die Ausbildung der Wellen wurde nicht beobachtet. Auf die Rohre war eine cm-Teilung mit dem Nullpunkt am Erregerende eingezätzt bzw. aufgeschrieben.

4. *Der Indikator.* Als Indikator (*J*, Fig. 3) für die Schwingungsverhältnisse auf dem dielektrischen Draht wurde zuerst die bereits von Herrn Zahn<sup>1)</sup> beschriebene Vorrichtung benutzt, bestehend aus einem Thermoelement mit zwei etwas ungleich langen, als elektrische Sonde wirkenden Parallelantennen. Dabei bildeten sich aber, wie sich herausstellte, auf der Galvanometerleitung trotz sorgfältigen Einhüllens derselben in Metallschlauch, vielleicht auch gerade auf dieser Metallhülle selbst, starke parasitäre Schwingungen aus, die eine erhebliche Fehlerquelle waren. Sie konnten die Angaben des Thermoelements bis um 50 Proz. beeinflussen. Zur Unterdrückung dieser störenden Schwingungen wurde der Metallmantel wieder beseitigt, dafür aber das erste Ende der Galvanometerleitung, etwa eine Doppelstrecke von 65 cm, aus dünnstem Eisendraht (0,015 mm Durchmesser, in Glaskapillaren ausgespannt) hergestellt, der nicht allein infolge des Skineffekts, sondern dazu wegen seiner magnetischen Eigenschaften den Schwingungen einen bedeutend größeren Widerstand bietet als dem Gleichstrom. Überdies wurde die Leitung so angeordnet, daß sie bei jeder Verschiebung des Indikators senkrecht vom dielektrischen Draht fortführte, um von möglichst wenig magnetischen Kraftlinien, die ja in Ebenen senkrecht zum Draht verlaufen, geschnitten zu werden. Bei dem hohen Widerstand der Galvanometerleitung reichte dann aber die Empfindlichkeit eines Thermoelements, selbst im Vakuum, nicht aus. An seiner Stelle wurde daher wiederum ein Kristalldetektor (Pyrit) verwendet, der sich nicht nur wegen seiner größeren Empfindlichkeit, sondern auch wegen seines hohen eigenen Widerstandes für diesen Zweck besonders eignet. Zwei an den Detektor angelegte vertikale Konstantenantennen (vgl. Fig. 5) von etwa 10 cm Länge und 0,1 mm Dicke,

1) a. a. O. S. 915.

von denen die eine zum dielektrischen Draht hinwies und beim Verschieben des Indikators mit ihrem Ende auf der Drahtoberfläche entlang schlefte, während die andere in die ent-

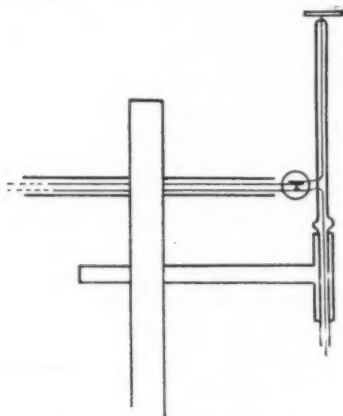


Fig. 5.

gegengesetzte Richtung wies, wirkten als aperiodischer Resonator. Seine geringe Kapazität war durch eine kleine Metallplatte am Ende der oberen Antenne passend vergrößert. Beide Antennen waren in eine gemeinsame Glaskapillare eingekittet, die ihrerseits in einem etwas weiteren Rohr lose hing. Auf diese Weise sorgte das eigene Gewicht des Antennensystems für dauernde Berührung mit der Oberfläche des dielektrischen Drahtes.

#### c) Beobachtungsmethode.

Die beste Möglichkeit eines Vergleichs der Theorie mit dem Experiment besteht in der Aufnahme einer Kurve, die den Zusammenhang zwischen der Erregerwellenlänge ( $\lambda$ ) und der am dielektrischen Draht beobachteten ( $L$ ) wiedergibt. Dieser Weg konnte bei Herrn Zahns Versuchen nicht eingeschlagen werden, weil nur drei unveränderliche Erregerwellen zur Verfügung standen. Dort wurde vielmehr die Erregerwelle festgehalten und dafür mit Hilfe eines größeren Satzes verschieden weiter Glasrohre der Drahtradius variiert. Diese Methode ist aber nicht



nur in ihrer praktischen Ausführung unbequem, sondern läßt auch die funktionale Beziehung zwischen  $L$  und  $l$  nicht direkt erkennen. Eine stetige Variation der Erregerwellenlänge bei unverändertem Draht, wie sie der hier benutzte Erreger zuläßt, ist für diesen Zweck viel geeigneter.

Es wurden also die Variablen des Erregers, die Gitterspannung, Anodenspannung und Heizstromstärke so einreguliert, daß die aus den Resonanzlagen der Brücke des Wellenmessers sich ergebende Wellenlänge ( $\lambda$ ) eine passende Größe hatte. Dann bildeten sich mittels der Koppellungsscheibe im dielektrischen Draht die Nebenwellen, und zwar zunächst als fortschreitende Wellen aus. Um zu stehenden Wellen Veranlassung zu geben, mußten dieselben reflektiert werden; erst dann ist aus den Knoten und Bäuchen ihre Wellenlänge direkt zu ermitteln. Bei den ersten Versuchen fehlte der Schirm  $S_2$ . Es wurden dann durch Verschieben des Indikators längs des Drahtes ebensolche Kurven erhalten, wie Herr Zahn sie mitgeteilt hat. Charakteristisch an ihnen ist, daß die Minimumstellen nicht aus Nullstellen sind, und daß die „Rohrlänge“ ohne Einfluß auf die Form der Kurven ist. Besonders dieser letztere Umstand läßt das Zustandekommen der stehenden Wellen zunächst ganz unerkklärlich erscheinen. Er legte jedoch die Vermutung nahe, daß es sich bei diesen Versuchen gar nicht um Reflexion am Ende des Drahtes gehandelt hat, sondern daß die Reflexionsstelle irgendwo im Zimmer in Verlängerung des Drahtes zu suchen ist. In der Tat war das der Fall, wie sich durch Bewegen einer Metallplatte hinter dem Rohr einwandfrei feststellen ließ. Es ergab sich somit die Notwendigkeit, eine exakte Reflexionsstelle zu schaffen, die zudem verstellbar sein mußte, damit die Rohrlänge immer gleich einem ganzen Vielfachen der jeweiligen halben Drahtwelle gemacht werden konnte. Erst dann werden reine stehende Wellen zu erwarten sein. Daß eine solche, an der richtigen Stelle angebrachte Reflexionswand fehlte, dürfte die Hauptursache dafür sein, daß bei Herrn Zahns Versuchen meist nur „mittelmäßige“ oder gar „schlechte Wellen“ erhalten wurden. — Der Schirm  $S_2$ , zusammen mit dem im Drahtinnern verschiebbaren Stempel erfüllten den Zweck der Reflexion sehr gut. Um auch an der Erregerseite des Rohres eine eindeutige Reflexionsebene

zu haben, lag die Koppelungsplatte  $K$  stets in der Ebene von  $S_1$ , nie dagegen wurde das Rohr  $D$  durch  $S_1$  hindurchgeführt.

Um also die am dielektrischen Draht vorhandene Wellenlänge zu ermitteln, wurde die Stellung des Schirmes  $S_2$  einschließlich der Scheibe im Drahtinnern so lange verändert, bis der in  $\frac{3}{4}$  Abstand beider Schirme gehaltene Indikator maximalen Ausschlag gab. Dann ist die Entfernung der Schirme gerade gleich der Länge  $L$  der dielektrischen Welle. Wenn die Rohrlänge nicht ausreichte, wurde der Indikator in der Mitte zwischen den Schirmen gehalten. Dann ist bei maximalem Ausschlag der Abstand von  $S_1$  und  $S_2$  gleich der halben Wellenlänge. Derartige Messungen wurden bei verschiedenen Erregerwellenlängen ausgeführt.

Zur Aufnahme von Wellenkurven wurde bei unveränderter Einstellung des Erregers sowie der Schirme der Indikator längs des Rohres verschoben und der Ausschlag am Galvanometer als Funktion der Indikatorstellung beobachtet und in Kurven graphisch dargestellt.

#### d) Ergebnisse des Experiments.

1. *Die stehenden Wellen.* Als Beispiel dafür, mit welcher Reinheit auf dem Rohre die Knoten und Bäuche bei richtiger Stellung der Reflexionswand auftraten, sei in Tabelle I eine

Tabelle I.

| Indikator-<br>stellung<br>cm | Galvanometer-<br>ausschlag<br>cm | Indikator-<br>stellung<br>cm | Galvanometer-<br>ausschlag<br>cm |
|------------------------------|----------------------------------|------------------------------|----------------------------------|
| 0                            | 0                                | 30                           | 2,9                              |
| 3                            | 7,8                              | 33                           | 13,1                             |
| 6                            | 20,9                             | 36                           | 26,4                             |
| 9                            | 38                               | 39                           | 37,2                             |
| 12                           | 47                               | 42                           | 45,9                             |
| 13,5                         | 48                               | 43                           | 47,5                             |
| 15                           | 47                               | 45                           | 45,2                             |
| 18                           | 38,5                             | 48                           | 37,1                             |
| 21                           | 26                               | 51                           | 21,1                             |
| 24                           | 12,5                             | 54                           | 5,3                              |
| 27                           | 2                                | 57                           | 0,6                              |
| 29                           | 1                                | 58,5                         | 0                                |

Versuchsreihe mitgeteilt, die bei einer Erregerwellenlänge von 59 cm erhalten wurde. Die graphische Darstellung dieser Versuchsreihe ergibt die Kurve der Fig. 6. Man erkennt, daß die Minimumstellen wirkliche Nullstellen sind, und daß in den Reflexionsstellen immer ein Knoten des Potentials gelegen ist. Die noch vorhandene geringe Unsymmetrie dürfte davon herühren, daß die Dimension der Schirme vielleicht etwas klein im Verhältnis zur Wellenlänge war. Bei längeren Wellen wurden denn auch die Unregelmäßigkeiten etwas größer. Derartige Kurven wurden in allen Fällen erhalten; es erübrigt sich daher, noch weitere mitzuteilen.

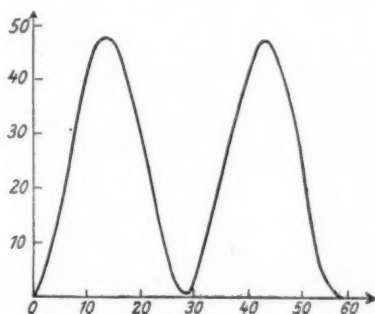


Fig. 6.

2. Die Wellenlänge am Draht in Abhängigkeit von der Erregerwellenlänge. Die zusammengehörigen Werte von Erregerwellenlänge ( $l$ ) und Drahtwellenlänge ( $L$ ), die bei Variation der Frequenz am Glasrohr erhalten wurden, sind in Tabelle II

Tabelle II.

|   | $l$<br>cm | $L$<br>cm |    | $l$<br>cm | $L$<br>cm |
|---|-----------|-----------|----|-----------|-----------|
| 1 | 103,7     | 140       | 7  | 80        | 84        |
| 2 | 93,6      | 114       | 8  | 72        | 75        |
| 3 | 90        | 106       | 9  | 65,8      | 65,5      |
| 4 | 88,5      | 100       | 10 | 59        | 58,5      |
| 5 | 83,2      | 92        | 11 | 49,9      | 47        |
| 6 | 82        | 91        | 12 | 44,3      | 37,5      |

45°

enthalten und nach Division durch den Drahtradius (2,76 cm) in Fig. 7 durch kleine Kreise wiedergegeben. Zum Vergleich ist die theoretische Kurve auch in die Figur eingetragen (die ausgezogene Kurve).

Wie die Figur lehrt, stimmt die beobachtete Kurve in ihrem unteren Teile mit der berechneten sehr gut überein. Und in dem theoretischen „oberen Grenzfalle“ ist auch tatsächlich die dielektrische Welle von genau derselben Länge

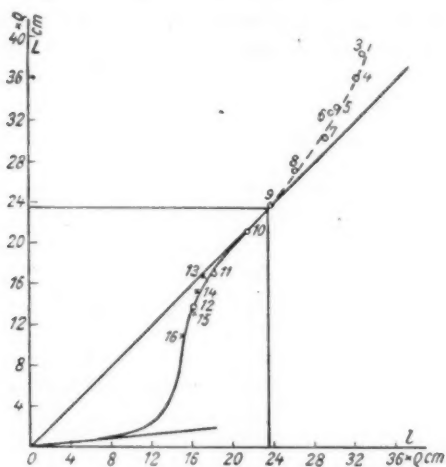


Fig. 7.

wie die Erregerwelle (Punkt 9), in Bestätigung der Formel:  $L = L = 2,61 \cdot \rho \cdot \sqrt{v^2 - 1}$ . Um so überraschender ist es, daß in eben diesem Punkte die experimentelle Kurve nicht auch, wie die theoretische, einfach abbricht, sondern sich darüber hinaus ganz stetig fortsetzt. Bei Wellenlängen nämlich, die oberhalb der Grenzwelle lagen, wurden ebenso gute Maxima und Minima erhalten wie unterhalb. Dabei spielte aber die berechnete Grenzwelle auch im Experiment noch eine ausgezeichnete Rolle: unterhalb derselben ist die dielektrische Welle kürzer als die Erregerwelle, während sie oberhalb derselben die Erregerwelle an Länge übertrifft. Dieser letztere Umstand verdient besonders hervor-

gehoben zu werden, da er besagt, daß diese längeren dielektrischen Wellen längs der Achse eine Phasengeschwindigkeit besitzen, die größer ist als Lichtgeschwindigkeit. Nun hat Hondros<sup>1)</sup> in Weiterverfolgung der Theorie bereits gezeigt, daß Fortpflanzungsgeschwindigkeiten längs des Drahtes von Überlichtgeschwindigkeit dann auftreten, wenn der Vorgang mit seitlicher Strahlung verbunden ist, aber auch, daß gerade eine solche mit Strahlung verbundene „elektrische symmetrische“ Welle, mit der wir es hier zu tun haben, nicht existieren soll. Seine Betrachtungen beziehen sich jedoch nur auf Metalldrähte, während die entsprechende Theorie für dielektrische Drähte noch nicht vorliegt. Um die Abweichung unseres Experiments von der Theorie zu erklären, werden wir somit zu der Annahme geführt, daß es sich bei diesen Wellen nicht um eigentliche „Drahtwellen“ handelt, sondern um solche, die mit Strahlung verbunden sind. Als Ursache für deren Möglichkeit kommt nur die benutzte Erregungsart in Frage, die, wie oben ausgeführt, den Voraussetzungen der „Drahtwellen“ nicht streng entspricht.

Der kürzesten vom Erreger gelieferten Wellenlänge entspricht, bei Verwendung des Glasrohres, der Punkt 12 der Kurve Fig. 7. Es besteht aber die Möglichkeit, mit den verfügbaren Frequenzen den Verlauf der Kurve nach der Seite der kürzeren Wellenlängen noch weiter zu verfolgen durch Wahl eines größeren Drahtradius. Zu diesem Zwecke wurde das bereits erwähnte Papprohr hergerichtet. Die mit diesem erhaltenen Werte sind in Tabelle III, bzw. in Fig. 7 durch

Tabelle III.

|    | <i>l</i><br>cm | <i>L</i><br>cm |
|----|----------------|----------------|
| 13 | 53,1           | 80             |
| 14 | 79             | 70             |
| 15 | 76,8           | 63             |
| 16 | 72,5           | 51             |

Kreuze wiedergegeben. Sie begleiten zwar die theoretische Kurve noch ein kleines Stück weiter; aber der Erreger ließ

1) Hondros, a. a. O. S. 941.

bei diesen Versuchen nur eine Ausnutzung bis zu minimal 72,5 cm zu, da sich für höhere Frequenzen eine starke Rückwirkung vom dielektrischen Draht auf den Erreger bemerkbar machte, die ein genaues Einstellen der Erregerwelle sehr erschwerte. Weitere Versuche in dieser Richtung wurden daher nicht unternommen, zumal das Erreichte bereits eine sehr gute Bestätigung der Theorie bedeutet.

Die Intensität der stehenden Wellen war im allgemeinen recht groß. In den Bäumen wurden Galvanometerausschläge erhalten, die einer Spannung in der Größenordnung von 1 Millivolt entsprachen. Nur bei den kürzeren Wellenlängen nahm die Intensität sehr schnell ab. So betrug sie im Punkte 12 nur etwa  $\frac{1}{1000}$  des Betrages im Punkt 9. Dies liegt zum Teil daran, daß die Erregerwellen für hohe Frequenzen weniger intensiv sind; ein anderer Grund aber dürfte in dem Umstand zu suchen sein, daß bereits bei diesen Wellenlängen ein großer Teil der Kraftlinien gar nicht mehr ins Außenfeld gelangt, sondern, wie es das Kraftlinienbild Fig. 2b veranschaulicht, ganz im Drahtinnern verläuft. — Für längere Wellen, als die in Tabelle III mitgeteilten, wichen die am Papprohr erhaltenen Daten nicht unerheblich von der theoretischen Kurve ab, was wiederum in dem ungleichen Verhältnis von Wellenlänge und Schirmgröße begründet sein dürfte.

3. *Einfluß der Leitfähigkeit.* Um die auch von Herrn Zahn behandelte Frage, welchen Einfluß ein Leitvermögen des Drahtes auf die Ausbildung der dielektrischen Wellen hat, zu untersuchen, wurde bei einer unveränderten Einstellung des Erregers das Glasrohr mit verschieden stark angesäuertem Wasser gefüllt und jedesmal die Wellenkurve aufgenommen. Fig. 8 zeigt das Resultat. Kurve 1 bezieht sich auf destilliertes Wasser. Wurde dasselbe durch Leitungswasser vom Leitvermögen  $\kappa = 0,0005$  ersetzt (Kurve 2), so gingen die Maximalausschläge um etwa 10% zurück, während in der Wellenlänge kein merklicher Unterschied festzustellen war. Bei weiterer Steigerung der Leitfähigkeit aber, bis auf  $\kappa = 0,0236$ , nahm nicht nur die Intensität immer mehr ab (Kurve 3), sondern gleichzeitig verkürzte sich auch die Wellenlänge, die in diesem Falle nur noch 92,5 cm betrug gegenüber 100 cm bei destilliertem Wasser. Aber nicht beide Einflüsse gingen in gleichem Sinne weiter.

War nämlich  $\kappa = 0,0770$  (Kurve 4), so wurde die Intensität wieder größer und übertraf für  $\kappa = 0,2750$  (Kurve 5) sogar die am destillierten Wasser beobachtete, während die Wellenlänge schließlich bis auf 90 cm abgenommen hatte, mithin der Erregerwellenlänge, die 88,5 cm betrug, immer näher gekommen war.

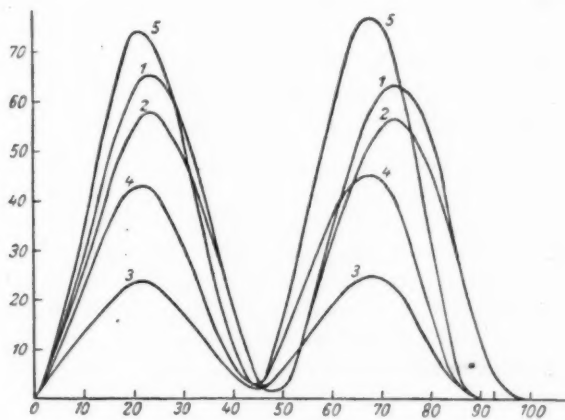


Fig. 8.

Diese Kurven zeigen mit weit größerer Deutlichkeit, als es bei Herrn Zahns Versuchen der Fall ist, daß mit zunehmender Leitfähigkeit die dielektrischen Wellen, also die Nebenwellen, mehr und mehr verschwinden, daß von einer gewissen Leitfähigkeit an aber auch die Leitungs- oder Hauptwellen merklich werden und schließlich den Vorgang allein beherrschen.

Da die Theorie für ein Drahtmaterial, das sowohl Dielektrizitätskonstante als auch mäßiges Leitvermögen besitzt, noch nicht explicite entwickelt ist, und somit ein Vergleich zwischen Experiment und Theorie nicht angestellt werden kann, wurde der Einfluß der Leitfähigkeit in quantitativer Hinsicht nicht weiter verfolgt.

4. *Sonstige Fragen.* Eine Neigung der elektrischen Kraftlinien gegen die Längsrichtung des Drahtes durch Ermittlung

der Knoten und Bäuche in verschiedenen Abständen von der Drahtoberfläche feststellen zu wollen, wie es Herr Zahn unternommen hat, ist, wie der Anblick der Kraftlinienbilder (Fig. 2) zeigt, gegenstandslos, da eine solche gerade in den Knoten und Bäuchen einmal gar nicht vorhanden ist und zudem beim Zusammenwirken der direkten und reflektierten Welle unter der Voraussetzung guter Reflexion überhaupt aufgehoben werden würde.

Nebenwellen zweiter oder höherer Ordnung würden nicht mit Sicherheit nachgewiesen. Für deren Zustandekommen dürfte eine einfache Kopplungsscheibe nicht genügen.

#### IV. Zusammenfassung.

1. Im Anschluß an eine vereinfachte Darstellung der Theorie elektromagnetischer Drahtwellen wird ein anschauliches Bild von dem Mechanismus solcher Wellen gewonnen, die an dielektrischen Drähten auftreten.

2. Eine Versuchsanordnung wird angegeben, die es gestattet, diese Wellen in größter Reinheit herzustellen.

3. Zur Messung der Frequenz des Erregers — einer Glühkathodenröhre in der Barkhausen-Kurzschaltung —, der nur lose Koppelung zuläßt, wird ein Paralleldrahtsystem angegeben, dessen Brücke einen empfindlichen Kristalldetektor enthält.

4. Die Theorie wird durch das Experiment quantitativ bestätigt.

5. Das von der Theorie abweichende Resultat, daß am Draht auch Wellen möglich sind, deren Länge größer ist als die berechnete „obere Grenzwellenlänge“, wird erklärt durch die Annahme, daß es sich bei diesen Wellen nicht um eigentliche „Drahtwellen“ handelt, sondern um solche, die mit Strahlung verbunden sind. Sie pflanzen sich längs des Drahtes mit Überlichtgeschwindigkeit fort.

6. Bei sukzessiver Vergrößerung der Leitfähigkeit des Drahtmaterials wird verfolgt, wie die dielektrischen Wellen allmählich in Leitungswellen übergehen.



Die vorliegende Arbeit wurde im Physikalischen Institut der Universität Kiel angefertigt. Meine erste Einführung in die Praxis der elektrischen Schwingungen erhielt ich vor dem Kriege durch Herrn Prof. Dr. Zahn. Bei Ausführung der vorliegenden Untersuchungen erfreute ich mich besonders des fördernden Interesses von Herrn Geheimrat Prof. Dr. Dieterici und Herrn Prof. Dr. Madelung. Diesen meinen hochverehrten Lehrern spreche ich meinen verbindlichsten Dank aus.

(Eingegangen 2. Juni 1920.)

#### 4. Über die Isothermen des Wasserstoffs; von L. Holborn.

(Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt.)

An die früheren Bestimmungen<sup>1)</sup> von Isothermen der Luft, des Argons und des Heliums sind nun Messungen am Wasserstoff angeschlossen worden. Sie beziehen sich auf die Temperaturen 0°, 50° und 100° und auf die Drucke zwischen 20 und 100 Atm. Zur Verwendung kam die alte Versuchsanordnung mit nur unwesentlichen Änderungen: so war z. B. zwischen das Piezometer und die Hochdruck-Quecksilberpumpe eine Quecksilberfalle eingeschaltet. Das Piezometergefäß I aus Jenaer Glas 59<sup>III</sup> hat auch die neuen Versuche ausgehalten, bis zuletzt die Kapillare innerhalb des Eisenmantels während des Einpumpens von Gas zerbrach. Die Kittungen des Gefäßes waren dagegen öfter, ebenso wie die der Hochdruckpumpe zu erneuern, woraus sich die kleinen Änderungen des schädlichen Raumes im Hochdruckvolumen erklären. Auch der schädliche Raum des Niederdruckvolumens änderte sich etwas bei der neuen Zusammensetzung des Piezometers.

Der Wasserstoff wurde durch Elektrolyse von verdünnter Schwefelsäure entwickelt, zweimal über festes Kaliumhydroxyd, dann über glühendes Kupfer geleitet und nach dem Trocknen durch Phosphorpentoxyd in einem Glaskolben von 14 l Inhalt aufgefangen, der ebenso wie die übrige Leitung vorher mehrfach mit Wasserstoff gespült und zuletzt durch eine Sprengelsche Pumpe soweit ausgepumpt war, daß in einem angeschmolzenen Geißlerschen Rohr die Entladung aussetzte. Der mit Wasserstoff von nahezu Atmosphärendruck gefüllte Kolben wurde

1) L. Holborn u. H. Schultze, Ann. d. Phys. 47. S. 1089. 1915. — Eine weitere Erörterung der dort angegebenen *p<sub>v</sub>*-Werte siehe in den Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, herausgegeben von L. Holborn, K. Scheel u. F. Henning, Braunschweig 1919.

mit einem Hahn verschlossen, vom Entwicklungsapparat getrennt und an den Kreislauf angeschmolzen, in welchem das Gas nach der Kompression durch die Hochdruckpumpe in das Piezometergefäß gelangte und von da nach dem Entspannen in das Niederdruckvolumen, dessen Druck bei Zimmertemperatur gemessen wurde. Bevor der Hahn der Vorratsflasche jedoch geöffnet wurde, pumpte man die Verbindungslinie durch eine besondere Abzweigung leer, und erst dann strömte der Wasserstoff in den geschlossenen Kreislauf, wobei der Vorratskolben zur Aufbewahrung des zum Versuche nicht nötigen Gasrestes diente. Da man mit der Hochdruckpumpe der schnelleren Wirkung wegen immer vom Atmosphärendruck ausging, wurde der Wasserstoff auf diesen Druck anfangs durch eine Töplersche Pumpe und mit weiter abnehmendem Druck des Niederdruckvolumens durch abwechselnd abgekühlte und erwärmte Holzkohle komprimiert. Diese diente auch zur Herstellung des vollständigen Vakuums im Meßvolumen, in welches das Gas nach der Entspannung des Piezometers einströmte. Vor dem Einlassen des Wasserstoffs in die Kreisleitung wurde diese durch eine Ölpumpe evakuiert und darauf ebenfalls durch gekühlte Holzkohle von den letzten Luftresten befreit. Auf diese Weise hielt sich das Meßgas rein; seine zweimalige Erneuerung im Laufe der Versuche hatte keinen Einfluß auf die Messungen.

Tab. I enthält die Ergebnisse. In der zweiten Spalte  $t_h$  steht die Temperatur, auf der sich der Hochdruckraum vor dem Entspannen befand; in der dritten Spalte  $P_h$  sein Druck, und in der vierten Spalte das Volumen  $V_h$ , welches das komprimierte Gas bei den runden Temperaturwerten  $0^\circ$ ,  $50^\circ$  und  $100^\circ$  einnehmen würde, wobei das kleine, auf Zimmertemperatur befindliche schädliche Volumen  $V_h'$  eingerechnet ist. Die Spalte  $t_u$  enthält die Temperatur des Niederdruckraumes, der aus verschiedenen im Wasserbade befindlichen Glaskolben bestand; die Spalte  $P_u$  den Niederdruck und die Spalte  $V_u$  das Volumen, das auf die Temperatur  $0^\circ$  des entspannten Gases bezogen ist. Zu den Volumen  $V_u$  gehören außer dem erwähnten Glaskolben das Piezometergefäß  $V_u'$  von der Temperatur  $t_h$  und die Verbindung  $V_u''$  zwischen beiden und dem Niederdruckmanometer, die sich auf Zimmertemperatur befand. In der vorletzten Spalte stehen die hieraus folgenden

Tabelle I.

| Versuch<br>Nr. | $t_h$   | $P_h$<br>mm Hg | $V_h$<br>ml | $V'_h$<br>ml | $t_u$  | $P_u$<br>mm Hg | $V_u$<br>ml | $V'_u$<br>ml | $V''_u$<br>ml | $v p = V_h P_h / V_u P_u$<br>beobachtet | $v p = V_h P_h / V_u P_u$<br>beob.—ber. |
|----------------|---------|----------------|-------------|--------------|--------|----------------|-------------|--------------|---------------|-----------------------------------------|-----------------------------------------|
| 13             | 0°      | 1932           | 110,797     | 0,321        | 12,44° | 779,20         | 2694,11     | 110,48       | 78,69         | 1,01505                                 | -0,00005                                |
| 2              | 0       | 19377          | 110,795     | 0,319        | 13,55  | 787,76         | 2683,93     | 110,48       | 78,14         | 1,01541                                 | +                                       |
| 14             | 0       | 19481          | 110,797     | 0,321        | 12,28  | 788,78         | 2695,27     | 110,48       | 78,47         | 1,01527                                 | 04                                      |
| 1              | 0       | 19544          | 110,797     | 0,321        | 13,32  | 793,72         | 2686,18     | 110,48       | 78,40         | 1,01564                                 | 27                                      |
| 3              | 0       | 36906          | 110,790     | 0,320        | 13,84  | 762,13         | 5208,55     | 110,48       | 78,15         | 1,03003                                 | 06                                      |
| 15             | 0       | 37076          | 110,791     | 0,321        | 12,57  | 762,39         | 5231,02     | 110,47       | 78,48         | 1,02999                                 | 12                                      |
| 4              | 0       | 37165          | 110,789     | 0,319        | 13,98  | 767,66         | 5206,11     | 110,48       | 78,13         | 1,03026                                 | +                                       |
| 16             | 0       | 53698          | 110,784     | 0,321        | 13,80  | 680,79         | 8368,39     | 110,46       | 78,35         | 1,04419                                 | 15                                      |
| 17             | 0       | 55627          | 110,784     | 0,321        | 13,83  | 704,12         | 8367,31     | 110,46       | 78,22         | 1,04600                                 | 00                                      |
| 18             | 0       | 73395          | 110,778     | 0,321        | 13,86  | 703,21         | 10893,53    | 110,46       | 78,32         | 1,06137                                 | 08                                      |
| 19             | 0       | 74425          | 110,778     | 0,321        | 13,91  | 712,51         | 10891,60    | 110,46       | 78,32         | 1,06240                                 | 05                                      |
| 10             | 50,13°  | 18858          | 110,804     | 0,377        | 13,56  | 653,95         | 2667,07     | 93,40        | 78,19         | 1,19901                                 | 11                                      |
| 9              | 50,12°  | 18887          | 110,899     | 0,377        | 13,73  | 654,94         | 2665,55     | 93,40        | 78,14         | 1,19889                                 | 03                                      |
| 11             | 50,14°  | 37066          | 110,885     | 0,377        | 13,39  | 650,58         | 5199,72     | 93,39        | 78,23         | 1,21498                                 | 13                                      |
| 12             | 50,00°  | 37251          | 110,941     | 0,377        | 12,68  | 652,59         | 5212,43     | 93,43        | 78,50         | 1,21493                                 | 34                                      |
| 28             | 50,02°  | 56125          | 110,934     | 0,389        | 15,13  | 781,03         | 6470,83     | 93,39        | 78,16         | 1,23198                                 | 10                                      |
| 26             | 49,94°  | 71945          | 110,966     | 0,388        | 14,86  | 770,02         | 8321,00     | 93,42        | 78,32         | 1,24600                                 | 15                                      |
| 27             | 50,25°  | 73010          | 110,862     | 0,388        | 15,04  | 780,35         | 8315,83     | 93,37        | 78,35         | 1,24732                                 | 21                                      |
| 7              | 99,93°  | 14916          | 111,121     | 0,433        | 14,53  | 821,58         | 1463,40     | 81,04        | 77,92         | 1,37859                                 | 10                                      |
| 8              | 99,42°  | 14954          | 111,277     | 0,434        | 14,75  | 842,06         | 1432,97     | 81,15        | 48,39         | 1,37906                                 | 33                                      |
| 6              | 99,97°  | 37316          | 111,103     | 0,434        | 13,89  | 748,59         | 3958,84     | 81,02        | 78,01         | 1,39897                                 | 20                                      |
| 5              | 99,98°  | 37353          | 111,102     | 0,433        | 13,71  | 748,92         | 3961,38     | 81,03        | 78,17         | 1,39883                                 | 37                                      |
| 23             | 99,96°  | 56075          | 111,085     | 0,420        | 15,98  | 682,99         | 6440,55     | 81,03        | 78,13         | 1,41609                                 | 14                                      |
| 22             | 100,24° | 56085          | 111,021     | 0,431        | 14,66  | 679,55         | 6468,83     | 80,94        | 77,91         | 1,41646                                 | 22                                      |
| 24             | 100,04° | 56689          | 111,064     | 0,420        | 15,87  | 689,75         | 6443,04     | 81,02        | 78,26         | 1,41685                                 | 02                                      |
| 21             | 99,63°  | 74534          | 111,186     | 0,430        | 14,42  | 694,94         | 8320,98     | 81,11        | 77,90         | 1,43312                                 | 06                                      |
| 25             | 100,07° | 74561          | 111,042     | 0,418        | 15,68  | 697,15         | 8285,08     | 80,34        | 78,13         | 1,43343                                 | 22                                      |
| 20             | 99,91°  | 74651          | 111,104     | 0,430        | 14,13  | 694,63         | 8329,31     | 81,05        | 78,08         | 1,43352                                 | 23                                      |

$pv$ -Werte, und in der letzten deren Abweichungen von den sogleich anzugebenden Formeln.

Als Einheit des Drucks gilt für die  $pv$ -Werte eine Quecksilbersäule von 1 m Höhe, bezogen auf 0° und die normale Schwere von 980, 665 cm/sec<sup>2</sup>, und als Einheit des Volumens der von dem Gase unter diesem Druck bei 0° eingenommene Raum.

Die Isothermen für 50° und 100° weisen innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit, die einige Zehntausendstel beträgt, einen linearen Verlauf auf, während die Isotherme von 0° etwas von einer Geraden abweicht, jedoch im ganzen Beobachtungsbereich nicht viel mehr als 1 Promill. Es gelten die folgenden Formeln, bei deren Berechnung als Grenze des Ausdehnungskoeffizienten für die äußerste Verdünnung der Wert 0,0036618 angenommen wurde; für

$$0^\circ: pv = 0,99918 + 0,00082094 p + 0,0003745 p^2.$$

$$50^\circ: pv = 1,18212 + 0,00089000 p,$$

$$100^\circ: pv = 1,36506 + 0,00091400 p.$$

Aus diesen Gleichungen folgt Tab. II, in die auch noch die für 20° interpolierten  $pv$ -Werte aufgenommen sind, weil sie für den Gebrauch des mit Wasserstoff gefüllten Gasmanometers von Bedeutung sind.

Tabelle II.

| $p$<br>mm Hg | $pv$    |         |         |         |
|--------------|---------|---------|---------|---------|
|              | 0°      | 20°     | 50°     | 100°    |
| 0            | 0,99918 | 1,07236 | 1,18212 | 1,36506 |
| 1            | 1,00000 | 1,07320 | 1,18301 | 1,36597 |
| 5            | 1,00329 | 1,07660 | 1,18657 | 1,36962 |
| 10           | 1,00742 | 1,08086 | 1,19102 | 1,37418 |
| 15           | 1,01158 | 1,08514 | 1,19547 | 1,37875 |
| 20           | 1,01575 | 1,08942 | 1,19992 | 1,38332 |
| 25           | 1,01994 | 1,09371 | 1,20437 | 1,38789 |
| 30           | 1,02414 | 1,09801 | 1,20882 | 1,39246 |
| 35           | 1,02837 | 1,10232 | 1,21327 | 1,39703 |
| 40           | 1,03261 | 1,10665 | 1,21772 | 1,40160 |
| 45           | 1,03688 | 1,11099 | 1,22217 | 1,40617 |
| 50           | 1,04116 | 1,11534 | 1,22662 | 1,41074 |
| 55           | 1,04546 | 1,11970 | 1,23107 | 1,41531 |
| 60           | 1,04978 | 1,12408 | 1,23552 | 1,41988 |
| 65           | 1,05412 | 1,12846 | 1,23997 | 1,42445 |
| 70           | 1,05848 | 1,13286 | 1,24442 | 1,42902 |
| 75           | 1,06285 | 1,13726 | 1,24887 | 1,43359 |
| 76           | 1,06372 | 1,13814 | 1,24976 | 1,43450 |

Bei den von uns beobachteten Temperaturen sind bisher nicht viele  $pv$ -Werte für Wasserstoff bestimmt worden. Von Amagat<sup>1)</sup> liegt nur ein Wert für 0° vor, der (in unsere Einheiten umgerechnet) 1,0688 für  $p = 76$  m Quecksilber beträgt und der um 0,5 Proz. größer ist als unseren Bestimmungen entspricht. Die Abweichung liegt in demselben Sinne, wie sie die  $pv$ -Werte für Luft, die Amagat in derselben Arbeit mitteilt, gegen die unsrigen aufweisen. Für Wasserstoff gibt er noch Werte für die 15,5°-Isotherme von 100 zu 100 Atm. Der Wert für 100 Atm. (76 m Hg) ist um 0,8 Proz. größer als der unsrige.

Tabelle III.

| $t$ | $p$<br>m Hg           | $pv$                | $(L-H) \cdot 10^{-4}$ | $t$                              | $p$<br>m Hg                     | $pv$                | $(L-H) \cdot 10^{-4}$ |
|-----|-----------------------|---------------------|-----------------------|----------------------------------|---------------------------------|---------------------|-----------------------|
| 0°  | Kam. Onnes u. Hyndman |                     |                       | 20°                              | Kam. Onnes u. Hyndman           |                     |                       |
|     | 34,20                 | 1,0291              | + 14                  |                                  | 36,51                           | 1,1039              | + 3                   |
|     | 37,54                 | 1,0315              | + 10                  |                                  | 39,69                           | 1,1065              | + 1                   |
|     | 40,45                 | 1,0342              | + 12                  |                                  | 42,88                           | 1,1090              | - 1                   |
|     | Kam. Onnes u. Braak   |                     |                       |                                  | Kam. Onnes, Dorsman<br>u. Holst |                     |                       |
|     | 20,77                 | 1,0149              | - 15                  |                                  | 51,00                           | 1,1159              | - 3                   |
|     | 27,06                 | 1,0198              | - 18,5                |                                  | 54,51                           | 1,1194              | + 2                   |
|     | 32,99                 | 1,0248 <sub>5</sub> | - 18                  |                                  | 57,60 <sub>5</sub>              | 1,1226              | + 6                   |
|     | 38,44                 | 1,0294              | - 18,5                |                                  | 60,30                           | 1,1247              | + 4                   |
|     | 63,28                 |                     |                       |                                  | 1,1272                          |                     | + 3                   |
| 20° | Schalkwijk            |                     |                       | 66,56                            | 1,1302                          | + 4                 |                       |
|     | 5,11                  | 1,0765              | - 2                   | [68,79                           | 1,1333                          | + 15]               |                       |
|     | 6,91                  | 1,0777              | - 5                   | Kam. Onnes, Crommelin<br>u. Smid | 49,59                           | 1,1151              | + 1                   |
|     | 8,68                  | 1,0796              | - 1                   |                                  | 55,54                           | 1,1205              | + 4                   |
|     | 10,54 <sub>5</sub>    | 1,0814              | 0                     |                                  | 58,80                           | 1,1238              | + 9                   |
|     | 10,69                 | 1,0812              | - 3,5                 |                                  | 61,70                           | 1,1265              | + 9                   |
|     | 12,57 <sub>5</sub>    | 1,0830              | - 1                   |                                  | 64,70                           | 1,1293              | + 11                  |
|     | 13,73 <sub>5</sub>    | 1,0836              | - 5                   |                                  | 67,17                           | 1,1318              | + 14                  |
|     | 17,60                 | 1,0875              | + 1                   |                                  | 70,27                           | 1,1347              | + 16                  |
|     | 21,04                 | 1,0900              | - 3                   |                                  | 73,33                           | 1,1374              | + 16,5                |
|     | 22,14 <sub>5</sub>    | 1,0910              | - 3                   |                                  | 76,26                           | 1,1402 <sub>5</sub> | + 19                  |
|     | 24,86                 | 1,0929              | - 6,5                 |                                  | 100°                            | Kam. Onnes u. Braak |                       |
|     | 26,86                 | 1,0946              | - 7                   | 23,54                            |                                 | 1,3852              | - 14                  |
|     | 28,03                 | 1,0963              | 0                     | 30,24 <sub>5</sub>               |                                 | 1,3904              | - 23                  |
|     | 33,62 <sub>5</sub>    | 1,1009              | - 2                   | 38,19                            |                                 | 1,3969              | - 31                  |
|     | 39,68 <sub>5</sub>    | 1,1064 <sub>5</sub> | + 1                   |                                  |                                 |                     |                       |
|     | 45,61                 | 1,1115              | - 1                   |                                  |                                 |                     |                       |

1) E. H. Amagat, Ann. chim. phys. (6) 29. S. 68. 1893.

Außerdem haben Kamerlingh Onnes und seine Mitarbeiter im Leidener Laboratorium<sup>1)</sup>  $p$ - $v$ -Werte des Wasserstoffs bestimmt, von denen allerdings nur einige für 0° und 100° gelten. Von den tiefen Temperaturen abgesehen beziehen sich die meisten Bestimmungen auf 20°; hier liegen vier Beobachtungsreihen vor, von welchen die ersten beiden bis 60 Atm., die beiden folgenden bis 100 Atm. reichen. In Tab. III sind alle Werte zusammengestellt: neben dem Druck  $p$  und dem in Leiden beobachteten  $p$ - $v$ -Wert ist der Unterschied zwischen der Leidener ( $L$ ) Messung und der unsrigen ( $H$ ) angegeben. Nur bei der letzten Reihe für 20° weist die Größe ( $L-H$ ) einen ausgesprochenen Gang auf, sonst bleibt sie unter 1 Promill. Bei 0° und 100° ist der Unterschied durchweg größer, wobei zu bemerken ist, daß die Leidener Werte für 100° aus Beobachtungen der beobachteten 100,2°-Isotherme abgeleitet worden sind.

Die Isotherme Schalkwijks liegt den Druckmessungen Witkowskis<sup>2)</sup> zugrunde, die auch nur bis 60 Atm. reichen. Seine  $p$ - $v$ -Werte des Wasserstoffs für 0° und 100° weichen um 0.2 Promille von den unsrigen ab.

Stellt man die beobachteten  $p$ - $v$ -Werte als Funktion von  $1/v$  dar, so reichen ebenfalls quadratische Gleichungen aus. Es gilt für

$$\begin{aligned} 0^\circ: \quad p v &= 0,99918 + \frac{0,00081613}{v} + \frac{0,0_s 1220}{v^2}, \\ 50^\circ: \quad p v &= 1,18112 + \frac{0,0010505}{v} + \frac{0,0_s 1015}{v^2}, \\ 100^\circ: \quad p v &= 1,36506 + \frac{0,0012450}{v} + \frac{0,0_s 1240}{v^2}. \end{aligned}$$

Tab. IV enthält die aus diesen Formeln folgenden  $p$ - $v$ -Werte für runde Werte von  $1/v$  und Tab. V die mittleren Ausdehnungs- und Spannungskoeffizienten zwischen 0 und 50° und zwischen 0 und 100°. Die mittleren Ausdehnungskoeffizienten  $\alpha_{0,50}$  und  $\alpha_{0,100}$  nehmen mit wachsendem Drucke ab, während die Spannungskoeffizienten  $\beta_{0,50}$  und  $\beta_{0,100}$  zunehmen. Beim

1) Communications from the Lab. at Leiden: Nr. 70, J.C. Schalkwijk 1901; Nr. 78, H. Kam. Onnes u. F. Hyndman 1902; Nr. 100b, H. Kam. Onnes u. C. Braak 1907; Nr. 146a, H. Kam. Onnes, C. Dorsman u. G. Holst 1915; Nr. 146c, H. Kam. Onnes, C.A. Crommelin u. E. J. Smid 1915.

2) Witkowski, Krakauer Anzeiger 1905, S. 305.

Helium nehmen beide Koeffizienten in demselben Temperaturgebiet ab. Dies kommt daher, daß die Neigung der Isothermen gegen die  $p$ -Achse mit wachsender Temperatur beim Wasserstoff zunimmt, beim Helium dagegen etwas abnimmt.

Tabelle IV.

| $1/v$ | $0^\circ$ | $50^\circ$ | $100^\circ$ |
|-------|-----------|------------|-------------|
| 0     | 0,99918   | 1,18212    | 1,36506     |
| 1     | 1,00000   | 1,18317    | 1,36631     |
| 5     | 1,00329   | 1,18740    | 1,37132     |
| 10    | 1,00746   | 1,19273    | 1,37763     |
| 15    | 1,01170   | 1,19810    | 1,38401     |
| 20    | 1,01599   | 1,20354    | 1,39046     |
| 25    | 1,02034   | 1,20902    | 1,39696     |
| 30    | 1,02476   | 1,21455    | 1,40353     |
| 35    | 1,02924   | 1,22013    | 1,41016     |
| 40    | 1,03378   | 1,22576    | 1,41684     |
| 45    | 1,03838   | 1,23145    | 1,42361     |
| 50    | 1,04303   | 1,23718    | 1,43041     |
| 55    | 1,04775   | 1,24296    |             |
| 60    | 1,05254   | 1,24880    |             |
| 65    | 1,05738   |            |             |
| 70    | 1,06229   |            |             |

Tabelle V.

| $p$ | $100 \alpha_{0,50}$ | $100 \alpha_{0,100}$ | $1/v$ | $100 \beta_{0,50}$ | $100 \beta_{0,100}$ |
|-----|---------------------|----------------------|-------|--------------------|---------------------|
| 0   | 0,3662              | 0,3662               | 0     | 0,3662             | 0,3662              |
| 1   | 0,3660              | 0,3660               | 1     | 0,3663             | 0,3663              |
| 5   | 0,3654              | 0,3651               | 5     | 0,3670             | 0,3668              |
| 10  | 0,3645              | 0,3641               | 10    | 0,3678             | 0,3674              |
| 15  | 0,3636              | 0,3630               | 15    | 0,3685             | 0,3680              |
| 20  | 0,3626              | 0,3619               | 20    | 0,3692             | 0,3686              |
| 25  | 0,3616 <sub>5</sub> | 0,3608               | 25    | 0,3698             | 0,3691              |
| 30  | 0,3606 <sub>5</sub> | 0,3596               | 30    | 0,3704             | 0,3696              |
| 35  | 0,3596              | 0,3585               | 35    | 0,3709             | 0,3701              |
| 40  | 0,3585              | 0,3573               | 40    | 0,3714             | 0,3705              |
| 45  | 0,3574              | 0,3561 <sub>5</sub>  | 45    | 0,3719             | 0,3710              |
| 50  | 0,3563              | 0,3550               | 50    | 0,3723             | 0,3714              |
| 55  | 0,3551              | 0,3538               | 55    | 0,3726             |                     |
| 60  | 0,3539              | 0,3525 <sub>5</sub>  | 60    | 0,3729             |                     |
| 65  | 0,3526              | 0,3513               |       |                    |                     |
| 70  | 0,3513              | 0,3501               |       |                    |                     |
| 75  | 0,3500              | 0,3488               |       |                    |                     |
| 76  | 0,3498              | 0,3486               |       |                    |                     |

(Eingegangen 11. Juni 1920.)



